УДК 531.1+629.19

М. Д. ШИНИБАЕВ[1], А. А. БЕКОВ[1], С. С. ДАЙЫРБЕКОВ[2], Ж. С. КУКИЕВ[2], К. С. СЕРИКБАЕВА[3], М. П. ДУЙСЕМБЕК[3]

([1]Институт космических исследований имени академика У.М.Султангазина
АО «НЦКИТ», г.Алматы;
[2]Университет Сыр-Дария, г.Джетысай;
[3]Южно-Казахстанский государственный педагогический институт, г.Шымкент)

ПРОМЕЖУТОЧНАЯ ОРБИТА ПРОБНОГО ТЕЛА В КВАДРАТУРАХ

Аннотация. Известно, что разложения силовой функции притяжения Земли имеют сложные проблемы, возникающие из-за особенностей распределения масс внутри Земли и сложности рельефа ее поверхности. Поэтому при решении задачи о движении спутника в поле тяготения Земли разбивают потенциал на две части – нормальную и аномальную части.

Нормальный потенциал содержит в себе основные возмущения от сжатия Земли, а аномальная часть учитывает остальные неравенства. Движение спутника в нормальном поле тяготения является главной проблемой теории движения спутников Земли.

Эта проблема решается или методом промежуточных орбит, или методом теории возмущений [1].

В данной статье построена новая промежуточная орбита в квадратурах, которая решает главную проблему теории движения спутников Земли. Эта промежуточная орбита представляет собой математическую модель пространственного орбитального движения ИСЗ в поле тяготения Земли и внешнего тела. Задача решена в сферической системе координат, оси которой совпадают с главными центральными осями инерции Земли.

Силовая функция промежуточной орбиты имеет вид [2]:

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}\nu' r^2 + \frac{1}{2}(\nu - \nu')r^2 \cos^2 \varphi, \qquad (1)$$

где μ – гравитационный параметр, первое слагаемое характеризует поле тяготения центрального тела (Земли), а остальные слагаемые характеризуют поле тяготения внешнего тела и сжатия Земли; φ – широта спутника; r – модуль радиуса-вектора спутника; ν и ν' – постоянные параметры.

Общее решение дифференциальных уравнений промежуточной орбиты получено методом Гамильтона-Якоби в квадратурах. Найденные квадратуры учитывают вековые возмущения первого порядка от сжатия центрального тела, и не имеют особенностей при нулевых наклонах и эксцентриситетах, позволяют избежать проблем критического наклона, не содержат в себе вековых и смешанных членов.

Полученные квадратуры позволяют построить теорию неуправляемого движения ИСЗ, что важно при реанимации станции и спутников в нештатных ситуациях.

Ключевые слова: динамика, орбиты, силовое поле, силовая функция, параметры орбиты.
Тірек сөздер: динамика, орбиталар, тартылыс өрісі, күш функциясы, орбиталық параметрлер.
Keywords: dynamics, the orbits, the force field, the force function, the orbital parameters.

Пусть ИСЗ совершает орбитальное движение в поле тяготения Земли и внешнего тела. Кинетическая энергия ИСЗ в выбранной системе координат имеет вид [3]:

$$T = \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + r^2\cos^2\varphi\cdot\dot{\lambda}^2), \tag{2}$$

Выполним замену в (1)

$$(v - v') = \frac{D}{r^4}, \quad D < 1,$$

тогда имеем

$$U = \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}v'r^2 + \frac{1}{2}\frac{D}{r^2}\cos^2\varphi. \tag{3}$$

Запишем функцию Гамильтона с учетом (2) и (3)

$$H = \frac{1}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + r^2\cos^2\varphi\cdot\dot{\lambda}^2) - \frac{\mu}{r} + \frac{1}{2}v'r^2 + \frac{1}{2}\frac{D}{r^2}\cos^2\varphi. \tag{4}$$

Вычислим импульсы, учитывая (2)

$$p_r = \frac{\partial T}{\partial \dot{r}} = \dot{r}, \quad p_\varphi = \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = r^2\dot{\varphi}, \quad p_\lambda = \frac{\partial T}{\partial \dot{\lambda}} = \dot{\lambda}r^2\cos^2\varphi. \tag{5}$$

Из (4) следует, что

$$\frac{\partial H}{\partial t} \equiv 0, \quad H = h_1 = const, \tag{6}$$

и с учетом (5) имеем

$$\left(p_r^2 + \frac{1}{r^2}p_\varphi^2 + \frac{1}{r^2\cos^2\varphi}p_\lambda^2\right) - \frac{2\mu}{r} - v'r^2 - \frac{D}{r^2}\cos^2\varphi = 2h_1. \tag{7}$$

Запишем уравнение Гамильтона-Якоби

$$\frac{\partial V}{\partial t} + H\left(t, r, \varphi, \lambda, \frac{\partial V}{\partial r}, \frac{\partial V}{\partial \varphi}, \frac{\partial V}{\partial \lambda}\right) = 0. \tag{8}$$

Тогда в силу (6) имеем следующее выражение для производящей функции

$$V = -h_1 t + W(r, \varphi, \lambda). \tag{9}$$

Учитывая (9), перепишем (6)

$$H\left(r, \varphi, \lambda, \frac{\partial W}{\partial r}, \frac{\partial W}{\partial \varphi}, \frac{\partial W}{\partial \lambda}\right) = h_1. \tag{10}$$

Теперь, принимая во внимание (7), перепишем (10)

$$\left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial W}{\partial \varphi}\right)^2 + \frac{1}{r^2\cos^2\varphi}\left(\frac{\partial W}{\partial \lambda}\right)^2 - \frac{2\mu}{r} - v'r^2 - \frac{D}{r^2}\cos^2\varphi = 2h_1. \tag{11}$$

Используем метод разделения переменных, пусть

$$W = W_1(r) + W_2(\varphi) + W_3(\lambda),$$

тогда (11) перепишется в виде:

$$\left(\frac{dW_1}{dr}\right)^2 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{dW_2}{d\varphi}\right)^2 + \frac{1}{r^2\cos^2\varphi}\left(\frac{dW_3}{d\lambda}\right)^2 - \frac{2\mu}{r} - v'r^2 - \frac{D}{r^2}\cos^2\varphi = 2h_1. \tag{12}$$