

**NEWS**

OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

**PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES**

ISSN 1991-346X

Volume 3, Number 307 (2016), 11 – 14

UDK 550.388.2

**THE NATURE OF BIFURCATION OF THE DYNAMICAL SYSTEMS****V.M. Somsikov**

«Institute of Ionosphere» JSC «National Center of Space Research and Technology», Almaty  
[vmsoms@rambler.ru](mailto:vmsoms@rambler.ru)

**Key words:** bifurcation, dynamics, symmetry breaking, the dynamics equation.

**Abstract.** A new approach to the description of the bifurcation process is submitted. It is based on the assertion of the infinite divisibility of the matter. According to this statement in the nature there are not material points, and there are only systems. To describe the system it is required to use micro and macro variables. Microvariables describe the internal dynamics of the system, and macro variables describe the dynamics of systems in the space. In this case, the bifurcation from a mathematical point of view is the need to move to micro-descriptions remover features dynamic equations of the system.

УДК 550.388.2

**О ПРИРОДЕ БИФУРКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ****В.М. Сомсиков**

ДТОО «Институт ионосферы» АО «НЦКИТ», Алматы,

**Ключевые слова:** бифуркация, динамика, нарушение симметрии, уравнения динамики.

**Аннотация.** Предложен новый подход к описанию бифуркационных процессов. Он опирается на утверждение о бесконечной делимости материи. Согласно этому утверждению в природе нет материальных точек, а существуют только системы. Для описания систем необходимо использование микро- и макропараметров. Микропараметры описывают внутреннюю динамику системы, а макропараметры описывают динамику систем в пространстве. В этом случае бифуркация с математической точки зрения означает необходимость перехода к микроописанию для снятия особенности уравнения динамики системы.

**Введение.** Бифуркация - одно из ключевых свойств динамических систем. С бифуркацией мы часто сталкиваемся в природе. Это резкое изменение состояния атмосферы в результате нарушения ее равновесия, образование торнадо, лавины, сели, землетрясения. Ею называют явление внезапной перестройки движения при незначительном изменении управляющего параметра системы [1-6]. Она отвечает за нарушение симметрии.

Дадим математическое определение бифуркации. Пусть будет задана динамическая система, динамика которой определяется системой дифференциальных уравнений. Эти уравнения в общем случае могут содержать управляющий параметр. В определенных случаях таким параметром может быть одна из независимых переменных.

Запишем это уравнение так:

$$\dot{x} = f(x, \mu) \quad (1)$$

$x$  - в общем случае вектор.

Предположим, что система (1) имеет стационарное решение  $x^0$ , которое зависит от управляющего параметра  $\mu$ . Пусть имеется такая точка  $\mu^0$ , что если  $\mu > \mu^0$ , то система (1) неустойчива, а если  $\mu < \mu^0$ , то система устойчива. Если с ростом  $\mu$  меняется топологическая картина фазового портрета системы, то говорят, что  $\mu = \mu^0$  является точкой бифуркации.

Бифуркация наглядно представляется в задаче с шариком, находящимся на вершине хребта (см. рис.1). То, что шарик может с равной вероятностью скатиться как по его левому склону, так и по правому, и означает бифуркацию.

Сущность бифуркации заключается в том, что в определенных точках фазового пространства решение уравнений, описывающих динамику систем, неустойчиво. Оно раздваивается или меняет свой характер. Понятие бифуркации играет существенную роль для точечных отображений - раздел теории динамических систем с дискретным временем [7].

Для решения бифуркационных задач, как правило, приходится использовать понятие вероятности. Однако, если принять бесконечную делимость материи, которая следует из механики СЧ [8], то можно предложить аналитический путь ее решения в рамках динамических уравнений. Это связано с тем, что при учете иерархичности материи, точка бифуркации приобретает структуру, а особенность в этой точке исчезает в результате введения микроописания. Попросту говоря, на микроуровне точка бифуркации перестает быть точкой и становится некоторой областью пространства микропеременных.

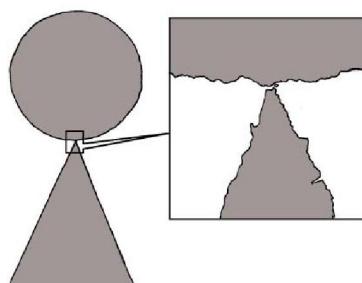


Рисунок 1 – Пояснение к физике бифуркации

Это подобно появлению скрытых микропеременных задач, которые появляются в особых точках уравнений при переходе к микроописанию.

Действительно, рассмотрим диск на вершине треугольника. Если принять, что диск и сама вершина являются системами из подвижных микроэлементов (см. рис.1), то тогда бифуркационная задача будет сведена к задаче определения уравнения движения диска, как системы микрочастиц, с соответствующей структурной формой микроповерхности диска и с аналогичной микроструктурой вершины треугольника [8]. При переходе к микроописанию бифуркационная особенность, связанная с усреднением по микропеременным, исчезает.

Понятно, что решить бифуркационную задачу при огромном количестве микрочастиц, соответствующих молекулярной структуре, практически нереально. Но с точки зрения физики процесса взаимодействия систем очень важно, что на самом деле подобная задача имеет строгое решение в рамках законов классической механики. Это означает, что статистические методы решения задачи о бифуркации могут быть определены из законов классической механики. Сама природа нарушения симметрии связана с трансформацией внутренней энергии в энергию движения систем.

Аналогичный случай мы имеем в задаче с бросанием монеты. Очевидно, что эта классическая задача становится детерминированной, если задать начальные условия для микроструктуры монеты и внешнего воздействия на нее.

Предложенный путь «снятия бифуркации» может иметь принципиальное значение, например, для понимания механизма спонтанного нарушения симметрии в физике микромира [9]. Спонтанное нарушение симметрии - устоявшийся термин в квантовой механике. Это явление

наблюдается при слабых взаимодействиях вблизи низших уровней энергии доступных состояний квантовой системы. Если в окрестности этих состояний имеются точки бифуркации, то нарушение симметрии связано с тем, что система займет одно из устойчивых состояний. Спонтанное нарушение симметрии также имеет место при сверхтекучести гелия, при сверхпроводимости, в квантовой теории поля, в моделях электрослабого взаимодействия [10].

Трудности объяснения механизма спонтанного нарушения симметрии, как правило, связаны с тем, что все задачи взаимодействия тел традиционно решаются в рамках эмпирически модифицированного канонического гамильтонова формализма, либо в рамках статистических законов. При таком подходе к решению задач, необратимость времени фактически вводится руками, опираясь на статистические законы или какие-либо гипотезы, или эксперименты. Этого можно избежать, если опираться на механику СЧ. Действительно, поскольку материя делится до бесконечности [8], то во всяких эволюционных процессах в той или иной степени всегда проявляется структурность систем. Согласно механике СЧ, наличие структурности тел приводит к диссипации энергии движения в результате ее трансформации во внутреннюю энергию системы. Поэтому в бифуркационных процессах и возникает нарушение симметрии времени. Следовательно, учет структурности систем в точках бифуркации позволяет снимать особенности уравнения динамики в этих точках. Т.е. можно утверждать, что в таких точках следует учитывать диссипативность или непотенциальность взаимодействий, которая связана с необходимостью учет микроструктуры материи.

Таким образом, на примере проблем бифуркации видно, как с помощью перехода на нижний иерархический уровень описания материи, которое возникает в результате учета микроструктуры, можно снимать бифуркационные особенности задачи. Другими словами, **наличие особых точек задачи в определенных случаях требует перехода на микроописание**. Не исключено, что это заключение обладает большой общностью. Оно указывает путь снятия различных физических особенностей в задачах динамики в макро- и микромире.

Отметим, что рассмотренный здесь механизм бифуркации, связанный с нелинейными эффектами, пригоден и для объяснения «баттерфляй эффектов» [7,10]. Действительно, при описании баттерфляй эффектов остро встает вопрос о существовании предельных минимальных масштабов, при которых возможно детерминированное макроописание систем. Если этот минимальный масштаб приближается к масштабам задачи, то тогда возникает необходимость переходить к микроописанию системы, как в случае бифуркации. То есть, в этом случае следует использовать уравнения для микроописания. Как правило, усреднение этих уравнений по микромасштабам приводит к уравнениям макроописания. Это, например, имеет место при переходе от кинетического описания к гидродинамическому описанию. Отсюда понятно, что уравнения гидродинамики должны вытекать из кинетических уравнений примерно так же, как уравнение движения Ньютона вытекает из уравнения движения СЧ при пренебрежении процессами изменения внутренней энергии.

При попытках описать «баттерфляй эффект» на основе уравнения Навье – Стокса, приходится также сталкиваться с проблемой необходимости вывода этого уравнения из уравнений, записанных на уровне микроописания, поскольку на самом деле уравнение Навье–Стокса должно представлять собой предельный случай уравнений микроописания, огрубление масштабов которых и приводит к уравнениям сплошной среды.

Из предложенных механизмов, объясняющих нарушение симметрии [8], следует важный вывод. Скорее всего, проблемы, связанные с нарушением симметрий, например, в физике элементарных частиц, объясняются не тем, что возможно «мы подошли к границе, до которой можно было считать законы природы простейшими из возможных» [9], а тем, что наши модели тел и соответствующие им теории, ограничены. К примеру, задавая идеальными поверхности тел, мы пренебрегаем тем фактом, что любые тела состоят из элементов. В определенных случаях это приводит к существенным искажениям реальности. Действительно, приняв модель тела, движущегося в потенциальном поле сил в виде бесструктурной МТ, мы приходим к обратимой динамике. Но в реальности динамика тел необратима. Обратимость динамики тела исчезает, как только учитывается делимость материи до бесконечности [8]. Тогда, согласно механике СЧ, динамика тела в неоднородном поле сил необратима.

Кроме того, причина многих проблем, возникающих при описании динамики систем, также может быть связана еще и с тем, что пока недостаточно известны законы, определяющие возникновение систем из элементов.

*Работа выполнена в рамках проекта РБП-076: «Изучить механизмы взаимосвязи вариаций геофизических параметров на земной поверхности и в верхних слоях атмосферы, обусловленных источниками земного и космического происхождения», Регистрационный номер (РН) 0115РК01274.*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Лоскутов Ю.А. Очарование хаоса. УФН, 2010, Т.150, № 12, С. 1305-1329.
- [2] Малинецкий Г.Г., Курдюмов С.П. Нелинейная динамика и проблемы прогноза, Вестник РАН, 2001, Т. 71, № 3, С. 210-232.
- [3] Мун Ф. Хаотические колебания, М: Мир, 1990, 311 с.
- [4] Ширков Д.В. 60 лет нарушенным симметриям в квантовой механике, УФН, 2009, Т.179, № 6, С. 581-589.
- [5] Закржевский М.В., Смирнова Р.С., Щукин И.Т. и др. Нелинейная динамика и хаос, Бифуркационные группы и хаос, Рига, РГУ, 2012, 181 с.
- [6] Фейгенбаум М. Универсальность в поведении нелинейных систем. // УФН. – 1983. –Т.141, № 2. – С. 343-375.
- [7] Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику, М: Наука, 1990, 272 с.
- [8] Сомсиков В.М. От механики Ньютона к физике эволюции, Алматы, Наука, 2014, 272 с.
- [9] Nambu Y. Spontaneous breaking of symmetry in particle physics: the example of the fruitful exchange of ideas, УФН, 2009, Т.179, №12, С. 1323-1326.
- [10] Вигнер Е. Нарушение симметрии в физики, УФН, 1966, Т. 89, № 3, С.453-466.

## REFERENCES

- [1] Loskutov Yu. Charm of the chaos. UFN, 2010 T.150, number 12, p. 1305-1329.
- [2] Malinetskii G.G. Kurdyumov S.P. Nonlinear dynamics and prediction problems, Herald of the RAS, 2001, T. 71, number 3, p. 210-232.
- [3] Moon F..Chaotic oscillations, M :, World, 1990, 311 p.
- [4] Shirkov D.V. 60 years of broken symmetries in quantum mechanics, UFN, 2009 T.179, number 6, p. 581-589.
- [5] Zakrzewski M.V., Smirnova R.S., Shchukin I.T. et al. Non-linear dynamics and chaos, bifurcation and chaos group, Riga, RTU, 2012, 181 p.
- [6] M. Feigenbaum Universality in the behavior of nonlinear systems. // UFN. - -T.141 1983, № 2. - S. 343-375.
- [7] Loskutov A., Yu., Mikhailov A.S. Introduction to synergy, M :, Science, 1990, 272 p.
- [8] Somsikov V.M. From Newton's mechanics to the physics of evolution, Almaty, Science, 2014, 272 p.
- [9] Nambu Y. Spontaneous symmetry breaking in particle physics: the example of the fruitful exchange of ideas, UFN, 2009 T.179, №12, pp 1323-1326.
- [10] Wigner E. Symmetry breaking in physics, UFN, 1966, T. 89, number 3, p.453-466.

## ТАБИГАТТАҒЫ ДИНАМИКАЛЫҚ ЖҮЙЕДЕГІ БИФУРКАЦИЯ ҚАСИЕТІ ТУРАЛЫ

**В.М. Сомсиков**

ЕЖПС «Ионосфера институты»;  
«Ұлттық ғарыштық зерттеулер мен технологиялар орталығы» АҚ, Алматы

**Түйін сөздер:** бифуркация, динамика, симметриялық бұзылу, динамикалық тенестіру.

**Аннотация.** Бифуркациялық үрдістердің сипаттамасына жаңа анықтамалар ұсынылды. Ол мөттрияның шексіз болінбейтіні туралы пікірлерге сүйенеді. Осыған байланысты табигатта материалдық нүктелер жоқ, тек жүйелер гана бар. Жүйелерді сипаттау үшін микро- және макро- айнымалы шамаларды қолдану керек. Микро- айнымалы шамасы ішкі динамика жүйесін сипаттайды, ал макро- айнымалы шамасы кеңістіктең динамикалық жүйелерді сипаттайды. Осындағы жағдайларда бифуркацияны математикалық жағынан алғанда жүйелерді динамикалық тенестіру ерекшелігін алу үшін микро сипаттамасына ауысу қажеттілігін көрсетеді.

*Поступила 17.06.2016 г.*