N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 2, Number 300 (2015), 136 – 141

T-CONTROLLABILITY OF NONLINEAR THROTTLE DRIVE

F. R. Gusmanova, A. Alltybay, M. Zh. Sakypbekova

Kazakh national university named after al-Farabi, Almaty, Kazakhstan.
E-mail: vestnik_kaznpu@mail.ru, arshynbek.ntu@gmail.com, mika_alibi@mail.ru

Keywords: throttle drive, control, t-stability of, t-controllability, Hurwitz matrix, positive definite matrix

Abstract. The article deals with the nonlinear equation of the throttle drive as the main model of this equation is obtained by converting the automatic control system with nonlinear elements. To obtain the automatic control system the transfer matrix is showed. For a system without control with nonlinear elements function in the form of Lyapunov is obtained.

The concepts of t-stability and t-controllability are regarded. The problem of T- controllability of nonlinear throttle drive satisfying the properties of stability on an infinite time interval was solved.

ӘОЖ 62

СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ДРОССЕЛЬДІК ЖЕТЕКТІҢ Т-БАСҚАРЫЛУЫ

Ф. Р. Гусманова, А. Алтыбай, М. Ж. Сақыпбекова

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

Тірек сөздер: дроссельдік жетек, басқару, Т-орнықтылық, Т-басқару, Гурвиц матрицасы, оң-анықталған матрица

Аннотация. Мақалада сызықтық емес дроссельдік жетектің теңдеуі жұмыстың басты моделі ретінде беріледі. Осы теңдеуді түрлендіре отырып, сызықтық емес элементтері бар автоматтық басқару жүйесі алынды. Алынған автоматты басқару жүйесінің ауыстыру матрицасы келтіріледі. Басқарусыз сызықтық емес элементтері бар жүйенің Ляпунов түріндегі функциясы алынады. Т-орнықтылық пен Т-басқару ұғымдары қарастырылады. Шексіз уақыт аралығындағы орнықтылық қасиеттерін қамтамасыз ететін сызықтық емес дроссельдік жетектің Т-басқару есебі шешілді.

Сызықтық емес дроссельдік жетектің

, (1)

түріндегі теңдеуін қарастырайық, мұндағы

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -a_2 & -a_3 & a_4 & 0 & a_1 \\ -\gamma & -\theta_1 & -\beta & -\theta & \gamma \\ 0 & 0 & -a & -b & 0 \\ c & 1 & e & 0 & -c \end{pmatrix},$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{pmatrix}$$

$$a_1 = \frac{C_k^{'}}{m} - \frac{cF_k^{'}}{m}, \quad a_2 = \frac{C_k^{'}}{m} - \frac{cF_k^{'}}{m} + \frac{k_n}{m}, \quad a_3 = \frac{f}{m}, \quad a_4 = \frac{F_k^{'}\theta}{m},$$

$$a = S_{\downarrow}n/(F_{\downarrow}k^{\uparrow\prime\prime}), \quad b = \left(C_k^{)/(F\_k^{\wedge}}\right), \quad ,$$

$$\alpha = \frac{2\hat{E}}{V}, \quad \beta = r\ (2E^{\wedge})/V + (2E^{\wedge})/V\ ((S_{\downarrow}n^{\uparrow}2)/(F_{\downarrow}k^{\uparrow\prime}) + (S_{\downarrow}n^{\uparrow}2)/(F_{\downarrow}k^{\uparrow\prime\prime})),$$

$$\gamma = S_n \frac{C_k^{'}}{F_k^{'}} \cdot \frac{2\hat{E}}{V}, \quad \theta = S_n \frac{2\hat{E}}{V} \cdot \left(C_k^{)/(F\_k^{\wedge}}\right), \quad \theta_1 = S_n \frac{2\hat{E}}{V}.$$

$x_1 = y_{\text{Н}}$, $x_2 = \frac{dx_1}{dt}$, $x_3 = P_F x_4 = y_{\text{Ц}}$, $x_5 = y_n$,

$\tilde{u}$ – басқару [1].

Y_1 -ге қатысты

$$Y_1 = \mu b \sqrt{\frac{P_H}{\rho}} \sqrt{1 - c_0 x_3 sign\sigma_1} \cdot F(\sigma_1) = \alpha_0 F(\sigma_1, \sigma_3)$$

өрнегін ұсынайық, мұндағы

$$\alpha_0 = \mu b \sqrt{\frac{P_H}{\rho}}, \quad c_0 = \frac{1}{P_H}, \quad \sigma_1 = l^T x, \quad \sigma_3 = c^t x = x_3$$

$$F(\sigma_1, \sigma_3) = f(\sigma_1)\psi(\sigma_1, \sigma_3) = \sqrt{1 - \sigma_3 sign\sigma_1}.$$

Және

$$0 \le \frac{f(\sigma_1)}{\sigma_1} \le \mu < +\infty, \quad f(0) = 0, \quad |\sigma_3| < 1, \qquad (2)$$
$$0 < \psi(\sigma_1, \sigma_3) \le 1$$

$\sigma_2 \neq 0$ болғанда,

$$\sigma_2 = \eta^T x = x_2$$

болсын.

(1) жүйені екі сызықтық емес элементі бар автоматтық басқару жүйесіне келтіруге болады:

$$\dot{x} = Ax + \dot{M}\varphi(\sigma) + Lu, \qquad \sigma = Nx$$

мұндағы,

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m} \\ \gamma_0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} l^T \\ \eta^T \end{pmatrix},$$

,

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_1 = l^T x, \qquad \sigma_2 = \eta^T x.$$

(2) шарт орындалған кезде

$$0 \le \frac{\varphi_1(\sigma_1)}{\sigma_1} \le \frac{f(\sigma_1)\psi(\sigma_1, \sigma_2)}{\sigma_1} \le \mu_1$$

$$0 \le \frac{\varphi_2(\sigma_2)}{\sigma_2} \le \mu_2 = \infty \tag{3}$$

теңсіздіктерінің орындалатынын байқауға болады.

(3) теңсіздік

$$\tau_1(\sigma_1 - \mu_1^{-1}\varphi_1(\sigma_1))\varphi_1(\sigma_1) \ge 0,$$

$$\tau_2\sigma_2\varphi_2(\sigma_2) \ge 0$$

немесе

$$\varphi^T(\sigma)(\sigma - \mu^{-1}\varphi(\sigma)) \ge 0$$

шарттарымен пара-пар.

(2) жүйенің сызықты бөлігінің ауыстыру матрицасы

$$W(p) = N(A - pE)^{-1}M$$

түріндегі 2x2 матрицасы болып табылады.

$$\dot{x} = Ax + M\varphi(\sigma), \quad \delta = Nx \tag{4}$$

түріндегі басқарусыз (2) жүйе үшін

$$V(x) = x^T Hx + q_1\int_0^{\sigma_1}\varphi_1(\lambda)d\lambda + q_2\int_0^{\sigma_2}\varphi_2(\lambda)d\lambda \tag{5}$$

Ляпунов түріндегі функцияны алайық, мұндағы $q_1 \ge 0$, $q_2 \ge 0$ - нақты параметрлер; H – оң-анықталған матрица.

$\varphi_2(\sigma_2)$ – компоненті құрғақ үйкеліске сәйкес келетіндіктен әрі қарай оны [2] алмастырылған толықтырылған функция деп есептеп, жүйе шешімін А. Ф. Филиппов [3] мағынасында қабылдаймыз.

Сонымен қатар,

$$\tau = diag\{\tau_1, \tau_2\} \ge 0, \qquad \mu^{-1} = diag\{\mu_1^{-1}, 0\} \ge 0$$

матрицаларын енгіземіз.

Ляпунов функциясынан t бойынша толық туындысын, яғни барлық дерлік t үшін

$$\dot{V} = x^T(A^T H + HA)x + 2x^T[HM + 0{,}5(A^T N^T q + N^T\tau)]\varphi +$$

$$+ \varphi^T(-\tau\mu^{-1} + ReqNM)\varphi + q_1\dot{\sigma}_2\int_0^{\sigma_1} f(\sigma_1)\frac{\partial\psi(\sigma_1, \sigma_2)}{\partial\sigma_1}d\sigma_1 - \varphi^T\tau(\sigma - \mu^{-1}\varphi). \tag{6}$$

$$\Phi(\sigma_1,\sigma_3) = -\int_0^{\sigma_1} f(\sigma_1)\frac{\partial\psi(\sigma_1,\sigma_3)}{\partial\sigma_1}d\sigma_1$$

белгілеуін енгізе отырып, (6) қатынастан

$$-\dot{V} = V_1 + V_2 + q_1\dot{\sigma}_3\Phi(\sigma_1,\sigma_3) \tag{7}$$

өрнегін аламыз, мұндағы

$$V_1 = x^T Gx\Phi(\sigma_1,\sigma_3) + 2x^T g\,\varphi + \varphi^T D\varphi$$

$$-G = A^T H + HA\ , \quad -g = HM + 0{,}5(A^T N^T q + N^T\tau)$$

$$-D = \tau\mu^{-1} + Re\,qNM\ .$$

$$V_2 = \varphi^T\tau(\sigma - \mu^{-1}\varphi) \geq 0$$

$\sigma_1 \neq 0$ болғанда $\sigma_1\Phi(\sigma_1,\sigma_3) > 0$,

және

$$\dot{\sigma}_3\Phi(\sigma_1,\sigma_3) = c^T x\Phi(\sigma_1,\sigma_3) = c^T Ax\Phi(\sigma_1,\sigma_3) + c^T M\varphi(\sigma)\Phi(\sigma_1,\sigma_3) = c^T Ax\Phi(\sigma_1,\sigma_3) + \gamma_0\varphi_1(\sigma_1)\Phi(\sigma_1,\sigma_3)$$

яғни, $\gamma_0 \geq 0$ болғанда оң жақтағы екінші қосылғыш теріс емес болады.

Демек, (7) қатынастан

$$-\dot{V} = V_1 + V_2 + V_3 + q_1 c^T Ax\Phi(\sigma_1,\sigma_3) - \delta_0\sigma_1\Phi(\sigma_1,\sigma_3) + V_4 \tag{8}$$

өрнегін аламыз, мұндағы

$$V_3 = q_1\gamma_0\varphi_1(\sigma_1)\Phi(\sigma_1,\sigma_3) \geq 0\ , \qquad \gamma_0 \geq 0\ ,$$

$$V_4 = \delta_0\sigma_1\Phi(\sigma_1,\sigma_3) \geq 0\ , \qquad \delta_0 \geq 0\ .$$

$$\sigma_1 = l^T x$$

болғандықтан

$$q_1 c^T A = \delta_0 l^T \tag{9}$$

деп ұсынайық. Сонда (8) қатынастан

$$-\dot{V} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \tag{10}$$

өрнегін аламыз.

Енді $-\dot{V} \geq 0$ теңсіздігі орындалу үшін $V_1 \geq 0$ теңсіздігі орындалатындай бізге H оң-анықталған матрицаны таңдау қажет. Ол үшін барлық $0 \leq \omega < \infty$ үшін

$$\pi(\omega) = D + Re(qNA + \tau N)(A - i\omega E)^{-1}M \geq 0 \tag{11}$$

жеткілікті болады [4] және (A, M) мен (A, X) жұптары толығымен басқарылатын және бақы-ланатын болуы керек, мұндағы $A = A^T N^T\tau + N^T\tau$, яғни $(A, AM, A^2M, A^3M, A^4M)$ және $(X, A^*X, A^{*2}X, A^{*3}X, A^{*4}X)$ матрицаларының рангі $n = 5$ болуы керек.

$$A = (A - i\omega E) + i\omega E\ ,$$

$$A(A - i\omega E)^{-1} = i\omega(A - i\omega E)^{-1} + E\ ,$$

$$NA(A - i\omega E)^{-1}M = NM + i\omega W(i\omega)$$

қатынастарын ескеріп, (11) өрнектен барлық $0 \leq \omega < \infty$ үшін

$$\pi(\omega) = \tau\mu^{-1} + Re(\tau + i\omega q)W(i\omega) \geq 0 \tag{12}$$

қатынасын аламыз.

(12) жиілік шарты Лурьенің шешуші теңдеулерін

$$A^T H + HA + hh^T = 0$$

$$HM - g = h\Gamma$$

$$g \equiv -\frac{1}{2}(A^T N^T q + N^T\tau)\ , \quad \Gamma > 0 \tag{13}$$

$$\Gamma = \tau\mu^{-1} - Re(qNM)$$

қанағаттандыратын $H = H^T > 0$ матрицасының бар болуының қажетті және жеткілікті шарты болып табылатыны белгілі.**

$$Q(x,\varphi) = (2Hx + \varphi^T(\sigma)qN^T - q_1\Phi(\sigma_1,\sigma_2)c)^T L \tag{14}$$

белгілеуін енгізейік.

Уақыттың жартылай шексіз $[0,\infty)$ аралығында қарастырылатын (2), (4) жүйелер үшін T - орнықтылық пен T-басқару ұғымдарын қарастырайық.

Анықтама 1 [5]. Егер (4) жүйе Ляпунов бойынша толық орнықты және

$$\lim_{t\to t_1} x(t) = 0$$

теңдігі орындалатындай t уақыты бар болса, онда (4) жүйенің $x = 0$ қобалжымаған қозғалысын деп айтамыз, мұндағы t_1 уақыт мезгілі тиімді тез әсер ету есебін шығарады.

Анықтама 2 [5]. Егер тұтасымен T-орнықтылықты қамтамасыз ететін $u(x,t) \in U$ басқаруы бар болса, онда (2) басқарылатын үрдіс тұтасымен T-басқарылады деп айтамыз.

Келесі теорема ақиқат.

Теорема. Келесі шарттар орындалсын:

1. A – Гурвиц матрицасы және $W(p)$ матрицасының $\omega_{ij}(p)$ ауыстыру функцияларының арасында бөлімінде тұрған полиномның дәрежесі $n = 5$ болатындай және алымында тұрған полиноммен ортақ түбірі жоқ және егер $q_i \neq 0$ болса, онда $-\frac{\tau_i}{q_i}$ шамасы $\omega_{ij}(p)$ функция полюсі болмайтындай ауыстыру функциясы бар болады;

2. $q_1 c^T A = \delta_0 l^T$, $\delta_0 \geq 0$ $q_1 \geq 0$

3. (12) жиілік шарты орындалады және оң-анықталған H матрицасы (13) Лурьенің шешуші теңдеуінен анықталады.

4.

$$u = -\frac{k\,sign\,Q(x,\varphi)}{|Q(x,\varphi)|} \tag{15}$$

басқару, мұндағы $k > 0$ – тұрақты параметр, $Q(x,\varphi)$ (14) формуламен анықталады.

Сонда (2) жүйе тұтасымен T-басқарылады.

Дәлелдеу. Ляпунов функциясын (5) түрінде қарастырамыз және (6)-(10) ескеріп

$$\dot{V} \leq Q(x,\varphi)u \leq -k \tag{16}$$

(15) басқаруымен қос теңсіздігін аламыз.

Сонда (2) жүйенің тұтас орнықтылығы үшін барлық жағдайлар(9) жиілік шарты орындалған жағдайда орын алады және (2) жүйенің T-орнықтылығын аламыз, яғни

$$\lim_{t\to t_1} x(t) = 0, \tag{17}$$

мұндағы

$$T = t_1 = \frac{V(x_0)}{k} < \infty$$

(5) Ляпунов функциясы үшін.

Шынында да, (16) қатынасты 0-ден t-ға дейін интегралдасақ $t \geq \frac{V(x_0)}{k} = t_1$ және $t \in [t_1,\infty)$: $V(x(t)) \equiv 0$ болғанда

$$0 < V(x(t)) \leq V(x_0) - kt < 0$$

аламыз, демек, (16) шартты аламыз.

t_1 уақыт мезгілі тиімді тез әсер ету есебін шығаратынын көрсетейік.

Қарама-қарсы ұсынайық.

$$\lim_{t \to t_1} x(t) = 0$$

теңдігі орындалатындай $t_1^* < t_1$ уақыт мезгілі бар болсын.

Бұл жерде

$$kt_1^* < kt_1 = V_0 = V(x_0).$$

$$\dot{V}(x(t)) \leq -k$$

қатынасын 0-мен t_1 аралығында интегралдасақ

$$V(t_1) - V(t_1^*) \leq -kt_1 + kt_1^*$$

теңсіздігін аламыз, немесе

$$0 \leq -V_0 + kt_1^*,$$

яғни,

$$V_0 \leq kt_1^*$$

ал бұл (17) теңсіздікке қайшы. Теорема дәлелденді.

ӘДЕБИЕТ

[1] Гусманова Ф.Р., Шеркешбаева Б.К. Сыртқы әсері жоқ гидравликалық жетектің орнықтылығы // «Мұнай-газ саласының ғылыми-технологиялық және экологиялық мәселелеріндегі математикалық модельдеу» VIII Қазақстан-Ресей халықаралық ғылыми-практикалық конференциясы баяндамаларының тезистері. – Атырау мұнай және газ институты. 2014, 20-21 маусым. 40б.

[2] Гелиг А.Х., Леонов Г.А., Усчтойчивость нелинейных систем с неединственным состоянием равновесия. – М.: Наука, 1978. – 400с.

[3] Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью // Матем.сб.

[4] Якубович В.А. Метод матричных неравенств в теории устойчивости нелинейных регулируемых систем. Абсолютная устойчивость вынужденных колебаний // Автоматика и телемеханика. –Т.25. – №7. – 196. – С.1017-1029.

[5] Бияров Т.Н., Кенесбаев С.М., Калимолдаев М.Н. Т-управляемость в целом нелинейных систем автоматического управления // «Деп.научн. работы» КазНИИНКИ, 1992. – № 3909-Ка92. –Вып.2.

REFERENCES

[1] Gusmanova F.R., Sherkeshbaeva B.K. Abstracts VIII Kazakh-Russian international scientific-practical conference "Mathematical modeling in science and technology and environmental issues oil and gas industry", Atyrau Institute of Oil and Gas, 2014, June 20-21. 40 p. (in Kaz).

[2] Gelig A.H., Leonov G.A. Stability of nonlinear systems with non-unique equilibrium state. Moscow: Nauka, 1978, 400 p. (in Russ).

[3] Filippov A.F. Differential equations with discontinuous right-hand side // Matem.sb., V.51 (93), №1, 1960, p. 98-126 (in Russ).

[4] Yakubovich V.A. Method of matrix inequalities in the theory of stability of nonlinear control systems. Absolute stability of forced oscillations. Automation and Remote Control, V.25, №7, 196. p.1017-1029.

[5] Biyarov T.N., Kenesbay S.M., Kalimoldaev M.N. T-controllability of nonlinear systems of automatic control. "Dep.nauchn. work "KazNIINKI, 1992, №3909-Ka92, issue 2.

Т-УПРАВЛЯЕМОСТЬ НЕЛИНЕЙНОГО ДРОССЕЛЬНОГО ПРИВОДА

Ф. Р. Гусманова, А. Алтыбай, М. Ж. Сақыпбекова

Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: дроссельный привод, управление, Т-устойчивочть, Т-управляемость, Гурвицева матрица, положительно-определенная матрица.

Аннотация. В статье рассматривается уравнение нелинейного дроссельного привода как основная модель работы. Преобразовывая это уравнение получена система автоматического управления с нелинейными элементами. Для полученной системы автоматического управления приведена передаточная матрица. Для системы без управления с нелинейными элементами получена функция в виде Ляпунова. Рассматриваются понятия Т-устойчивости и Т-управляемости. Решена задача Т-управляемости нелинейного дроссельного привода удовлетворяющая свойствам устойчивости на бесконечном промежутке времени.

Поступила 24.02.2015 г.