N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 5, Number 297 (2014), 69 – 72

OF THE STURM-LIOUVILLE OPERATORS POSSESSING A COUNTABLE SET AND THE SINGLE-VALUED EIGENVALUE

A. A. Shaldanbaeva, A. Sh. Shaldanbaev, I. O. Orazov

M. Auezov South-Kazakhstan State University, Shymkent, Kazakhstan

Key words: border terms, operator, account, great number, task, equalization.

Abstract. In this paper we obtained the boundary conditions of the Sturm-Liouville operators possessing a countable set and the single-valued eigenvalue.

УДК 517.9

ОПЕРАТОРЫ ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ С КРАТНЫМ СПЕКТРОМ

А. А. Шалданбаева, А. Ш. Шалданбаев, И. О. Оразов

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауезова, Шымкент, Казахстан

(*Представлена академиком НАН РК Т. Ш. Кальменовым*)

Ключевые слова: граничные условия, оператор, счет, множество, задача, уравнение.

Аннотация. В настоящей работе получены граничные условия операторов Штурма-Лиувилля, обладающих счетным множеством, однократных собственных значений.

1. Рассмотрим в пространстве $L^2(0,1)$ краевую задачу, порождаемую на интервале (0,1), уравнением Штурма-Лиувилля

$$Ly = -y''(x) = \lambda y(x),\ x \in (0,1) \tag{1}$$

и двумя (i = 1,2) линейно независимыми граничными условиями

$$U_i[y] = a_{i1}y(0) + a_{i2}y'(0) + a_{i3}y(1) + a_{i4}y'(1) = 0\ \ (i = 1,2), \tag{2}$$

где $a_{i,j}$ (i = 1,2; j = 1,2,3,4) – комплексные постоянные.

Значения параметра λ, при которых эта краевая задача имеет ненулевые решения, называются собственными значениями, а соответствующие решения – собственными функциями. Совокупность собственных значений: $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$ составляет спектр краевой задачи (1)–(2).

Собственному значению приписываются кратность k, если при этом значений параметра задачи (1)–(2) k-кратно разрешима [1, с. 193].

Фундаментальная система решений уравнения (1), определяемая начальными данными: $y_1(\lambda,0) = y_2'(\lambda,0) = 1;\ y_1'(\lambda,0) = y_2(\lambda,0) = 0$ имеет вид

$$y_1(\lambda,x) = \cos\sqrt{\lambda}\,x,\ \ y_2(\lambda,x) = \frac{\sin\sqrt{\lambda}x}{\sqrt{\lambda}}. \tag{3}$$

Так как общее решение $y(\lambda,x)$ уравнения (1) является линейной комбинацией функций $y_1(\lambda,x), y_2(\lambda,x);\ y(\lambda,x) = A \times y_1(\lambda,x) + By_2(\lambda,x)$, то

$$U_i[y] = A\big[a_{i1} + a_{i3}y_1(\lambda,1) + a_{i4}y_1'(\lambda,1) + B \times [a_{i2} + a_{i3}y_2(\lambda,1) + a_{i4}y_2'(\lambda,1)]\big]\ \ (i = 1,2)$$