N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 2, Number 312 (2017), 99 – 103

UDC 629.195+531.1

M.D. Shinibaev[1], S.S. Dairbekov[2], S.A. Zholdasov[2], D.A. Aliaskarov[2], G.E. Myrzakasova[2], A.G. Sadybek[2]

[1] National Center of Space Researches and Technologies», Almaty, Kazakhstan;
[2] University of Syr-Daria, Zhetysai, Kazakhstan

PERTURBATIONS SATELLITES FROM THE LIGHT PRESSURE IN THE DELAUNAY ELEMENTS

Annotation. Canonical Delaunay osculating elements have been introduced to ensure that the right sides of the differential equations of perturbed motion, determine the osculating elements there was no terms proportional to the time [1, p. 693].

This article shows that this property is preserved in the case of non- gravitational perturbations of nature. In the [2, p. 63] it is noted that the first group of Delaunay elements is "slow" and the second – "fast". But this is true only for the gravitational perturbations. It will be shown that in the case of non-gravitational perturbations of all the elements expert Delaunay "ℓ" may be "slow". This is very important because the slow variables can be considered constant in the first approximation.

Following Delaunay take further:[1]

$$H = \alpha_2,\ G = \alpha_3,\ \ h = \beta_2,\ g = \beta_3,\ \cos i = \frac{\alpha_3}{\alpha_2}. \qquad (1)$$

In this article, the beginning of a new shadow less theory that allows preliminary assessment of the strength of the perturbation satellite pressure of light in osculating elements matter when eccentricity exceeds the limit of the Laplace for eccentricity

$$e > e_{ё} = 0{,}662743\ldots.$$

This is true to this day in space flight dynamics.

Key words: Earth satellite, Delaunay elements, the light pressure, Perturbations from the light pressure, distant satellites, orbital motion, shadow less theory

УДК 629.195+531.1

М.Д. Шинибаев[1], С.С. Даирбеков[2], С.А. Жолдасов[2], Д.А. Алиаскаров[2], Г.Е. Мырзакасова[2], А.Ж. Садыбек[2]

[1]Национальный центр космических исследований и технологий, г. Алматы, Казахстан;
[2]Университет Сыр-Дария, г. Джетысай, Казахстан;

ВОЗМУЩЕНИЯ СПУТНИКА ЗЕМЛИ ОТ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ В ЭЛЕМЕНТАХ ДЕЛОНЕ

Аннотация. Канонические оскулирующие элементы Делоне были введены для того, чтобы в правых частях дифференциальных уравнений возмущенного движения, определяющих оскулирующие элементы, не было членов, пропорциональных времени [1, с. 693].

В данной статье показано, что это свойство элементов сохраняется и в случае возмущений негравитационной природы. В [2, с. 63] отмечено, что первая группа элементов Делоне L, G, H относятся к разряду

«медленных», а вторая ℓ, g, h относятся к разряду «быстрых» переменных. Но это справедливо только для гравитационных возмущений. Ниже будет показано, что в случае негравитационных возмущений все элементы Делоне, кроме «ℓ», могут оказаться «медленными». Это очень важно, так как в первом приближении медленные переменные можно считать постоянными.

Следуя Делоне, имеем:*

$$H=\alpha_2,\ G=\alpha_3,\ \ h=\beta_2,\ g=\beta_3,\ \cos i=\frac{\alpha_3}{\alpha_2}. \tag{1}$$

В данной статье положено начало новой бестеневой теории, которая позволяет предварительно оценить возмущения спутника от сил светового давления в оскулирующих элементах Делоне в случае, когда эксцентриситет орбиты превышает предел Лапласа по эксцентриситету

$$e > e_{\ddot{e}} = 0{,}662743\ldots .$$

Это актуально по сей день в динамике космического полета.

Ключевые слова: спутник Земли, элементы Делоне, световое давление, возмущения от светового давления, далекий спутник, движение орбитальное, бестеневая теория.

1. Введение

Пусть ИСЗ, относящийся к разряду далеких ИСЗ, совершает возмущенное движение в поле тяготения Земли и сил светового давления Солнца. Тогда силовая функция для спутника любой формы в пределах бестеневой теории можно представить так:

$$U=\frac{\mu}{r}+\frac{1}{2}\nu r^2-\frac{3}{2}\nu z^2, \tag{2}$$

где r – модуль радиуса-вектора ИСЗ; z – аппликата ИСЗ; коэффициент ν подбирается так, чтобы движения узла и перицентра орбиты ИСЗ совпадали с наблюдениями (рис. 1).

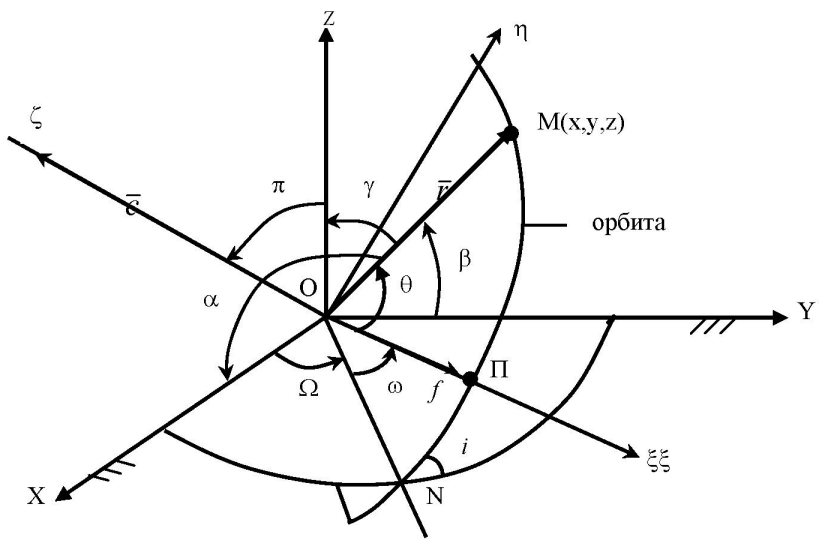

Рисунок 1 - К постановке задачи

На рис. 1 обозначено через M – ИСЗ, N – узел орбиты, П – перицентр, XYZ – геоцентрическая система координат, $O\xi\eta\zeta$ – орбитальная система координат, Ω – долгота восходящего узла, θ – истинная аномалия, $u=\omega+\theta$ – аргумент широты, ω – угловое расстояние перицентра от узла, i –

* Субботин М.Д. Введение в теоретическую астрономию.- М.: Наука, 1968.- 800 с. (см. с. 655).

наклон орбиты, $\bar{c}$ – постоянная интеграла площадей, $\bar{c} \perp O\xi\eta$, $O\xi$ – ось направления на перицентр, $\bar{r}$ составляет с координатами X, Y, Z соответственно, углы α_0, β_0, γ_0. Эти углы определяются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha_0 &= \cos u \cos\Omega - \sin u \sin\Omega \cos i, \\ \cos\beta_0 &= \cos u \sin\Omega + \sin u \cos\Omega \cos i, \\ \cos\gamma_0 &= \sin u \sin i. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

2. Переход к оскулирующим элементам Делоне

Делоне предложил элементы [1, с. 693]

$$\left.\begin{aligned} &L = \sqrt{\mu a}, \quad G = \sqrt{\mu a(1-e^2)}, \quad H = \sqrt{\mu a(1-e^2)}\cos i, \\ &\ell = n(t-\tau), \quad g = \pi - \Omega, \quad h = \Omega, \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где τ – время прохождения через перицентр, μ – произведение постоянной тяготения на сумму масс центрального тела и ИСЗ, a – большая полуось эллиптической орбиты, n – среднее движение, π – долгота перицентра, L, G, H – медленные переменные, ℓ, g, h – быстрые переменные (предположительно).

Переменным Делоне соответствуют следующие канонические уравнения:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dL}{dt} = \frac{\partial R'}{\partial \ell}, \quad \frac{dG}{dt} = \frac{\partial R'}{\partial g}, \quad \frac{dH}{dt} = \frac{\partial R'}{\partial h}, \\ &\frac{d\ell}{dt} = -\frac{\partial R'}{\partial L}, \quad \frac{dg}{dt} = -\frac{\partial R'}{\partial G}, \quad \frac{dh}{dt} = -\frac{\partial R'}{\partial H}, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

где функция Гамильтона имеет вид

$$R' = \frac{\mu^2}{2L^2} + R, \tag{6}$$

здесь R – возмущающая функция.

Переменные Делоне связаны с кеплеровскими элементами следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &a = \frac{L^2}{\mu}, \quad e = \frac{\sqrt{L^2 - G^2}}{L} = \sqrt{1 - \left(\frac{G}{L}\right)^2}, \quad \cos i = \frac{H}{G}, \quad \Omega = h, \quad \pi = g + h, \\ &\tau = t - \frac{\ell}{n}, \quad p = \frac{G^2}{\mu}, \quad \omega = g, \quad p = a(1-e^2). \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Возмущающая функция из (2)

$$R = \frac{1}{2} v r^2 - \frac{3}{2} v z^2. \tag{8}$$

Перейдем в (6) к переменным Делоне

$$R' = \frac{v}{2}\left[\frac{\dfrac{G^2}{\mu}}{1 + \sqrt{1 - \left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta}\right]^2 \cdot \left[1 - 3\sin^2(\theta + g)\left(1 - \frac{H^2}{G^2}\right)\right] + \frac{\mu^2}{2L^2}. \tag{9}$$

С учетом (9) перепишем (5)

$$\frac{dL}{dt}=0,\ \ L-\text{const}, \tag{10}$$

$$\frac{dG}{dt}=-\frac{3v}{2}\left[\frac{\dfrac{G^2}{\mu}}{1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta}\right]^2\cdot\left(1-\frac{H^2}{G^2}\right)\sin 2(\theta+g), \tag{11}$$

$$\frac{dH}{dt}=\frac{3v}{2}\left[\frac{\dfrac{G^2}{\mu}}{1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta}\right]^2\cdot\left(1-\frac{H^2}{G^2}\right)\sin 2(\theta+\pi-h), \tag{12}$$

$$\frac{d\ell}{dt}=\frac{\mu^2}{L^3}-v\left[1-3\sin^2(\theta+g)\cdot\left(1-\frac{H^2}{G^2}\right)\right]\cdot\frac{G^4}{\mu^2}\cdot\frac{\left(G^2/L^3\right)\cos\theta}{\left[1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta\right]^3\sqrt{1-\left(\dfrac{G^2}{L^2}\right)}\cos\theta}, \tag{13}$$

$$\frac{dg}{dt}=-\left\{\frac{\dfrac{G^3}{\mu^2}\cdot\left[2\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}+\left(2-\dfrac{G^2}{L^2}\right)\cos\theta\right]\cdot\left[1-3\sin^2(\theta+g)\cdot\left(1-\dfrac{H^2}{G^2}\right)\right]}{\left[1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta\right]^3\sqrt{1-\left(\dfrac{G^2}{L^2}\right)}\cos\theta}+\frac{dh}{dt}\right\}\cdot\frac{v}{2}, \tag{14}$$

$$\frac{dh}{dt}=-3v\left[\frac{\dfrac{G^2}{\mu}}{1+\sqrt{1-\left(\dfrac{G}{L}\right)^2}\cos\theta}\right]^2\cdot\frac{H^2}{G^2}\sin^2(\theta+g). \tag{15}$$

В уравнениях (10)-(15) перейдем в левых частях от t к θ [3, с. 199], используя формулу

$$\frac{dA}{d\theta}=\frac{dA}{dt}\cdot\frac{1}{n}\left(\frac{r}{a}\right)^2\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}, \tag{16}$$

где A – любой элемент из L,G,H,ℓ,g,h.

В правых частях этих же уравнений перейдем к кеплеровским переменным, используя (7). Учитывая, что $v=O(10^{-8}-10^{-10})$, из (10)-(13) делаем заключение о том, что ℓ – быстрая переменная, а остальные L,G,H,g,h – медленные переменные.

Исходя из этого, следуя Делоне, примем:

$$\alpha_2=G,\ \ \alpha_3=H,\ \ \beta_2=g,\ \ \beta_3=h, \tag{17}$$

так как в первом приближении медленные переменные можно считать постоянными величинами. Поэтому интегрирование дифференциальных уравнений (11)-(15) от нуля до верхних переменных пределов дает следующие решения: