N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 5, Number 315 (2017), 163 – 171

Sh.R.Myrzakul, T.R.Myrzakul, F.B.Belisarova, Kh. Abdullayev, K.R. Myrzakulov

Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, 050040, Kazakhstan
shynaray1981@gmail.com,tmyrzakul@gmail.com,farida.belisarova@kaznu.kz, hamid_darin@mail.ru

NOETHER SYMMETRY APPROACH IN f-ESSENCE COSMOLOGY WITH SCALAR-FERMION INTERACTION

Abstract. The paper is devoted to the investigation of the field of f-essence, which is weakly connected with the gravitational field. After constructing the cosmological model, the Noether symmetry approach was used, which makes it possible to simplify the system of differential equations that determine the dynamics of the considerate model and to determine the integrability of this physical system. The Noether symmetry approach also allows one to verify self-consistency of the our physical model.

Keywords: Noether symmetry, f-essence cosmology, dark energy, f-essence, fermionic field, scalar-fermion interactions

УДК 524.8

Ш.Р. Мырзақұл, Т.Р. Мырзақұл, Ф.Б. Белисарова, Х.Абдуллаев, К.Р. Мырзакулов

Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
г. Алматы, 050040, Казахстан

ПОДХОД НЕТЕР СИММЕТРИИ В КОСМОЛОГИИ F-ЭССЕНЦИЙ СО СКАЛЯРНО- ФЕРМИОННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Аннотация. Работа посвящена исследованию поля f-эссенций, которое слабо связанно с гравитационным полем. После построения космологической модели, был применен метод Нетер симметрий, который позволяет упростить систему дифференциальных уравнений, определяющих динамику рассматриваемой модели, и определить интегрируемость этой самой физической системы. Метод Нетер симметрий также позволяет проверить само согласованность изучаемой физической модели.

Ключевые слова: Нетер симметрии, космология f-эссенций, темная энергия, фермионное поле, скалярно-фермионные взаимодействия.

Введение

В современной теоретической космологии нашел широкое применение так называемый подход Нетер симметрий. Знаменитая теорема немецкого математика Эммы Нетер, опубликованная в 1918 году [1], позволяет проводить анализ изучаемой физической системы на основе имеющихся данных о симметрии, которой эта система обладает. Теорема сопоставляетколичество непрерывных симметрии рассматриваемой системы, количеству законов сохранение, то есть количеству сохраняющихся величин, которых называют сохраняющимися или Нетер зарядами. Этими законами сохранения могут быть: закон сохранения энергии, закон сохранения импульса, закон сохранения момента импульса и др. Математическим преимуществом использования этого метода в физических проблемах, и в частности в теоретической космологии, состоит, в том, что этот метод позволяет упростить систему дифференциальных уравнений, определяющих динамику расматриваемой физической системы, а также определить интегрируемость этой самой физической системы.Метод Нетер симметрий также позволяет проверить само согласованность изучаемой физической модели.

Как мы уже отмечали выше, метод Нетр симметрий широко применяется в современной космологий, с результатами самых последних из них, можно ознакомиться в работах [2-9]. В связи со спецификой изучаемой в данной работе, нас больше интересует применение метода Нетер симметрий именно в работах связанных с построением физических моделей, объясняющих природу так называемой темной энергий.

Многочисленные наблюдательные данные, проведенные за последние десятилетия такие как: суперновая типа Ia [10], анизотропия космического микроволнового фона[11], барионные акустические колебания[12], слабое линзирование[13] И крупномасштабная структура[14], подтверждают тот факт, что наша Вселенная находиться в стадии ускоренного расширения [15]. Объяснение природы этого ускоренного расширения, является одной из центральных проблем современной космологии, которой занимаются наиболее активная часть физического сообщества. За последние годы появились множество теории и моделей пытающиеся обяснить причину этого расширенния. Но все эти модифицированные гравитационные теории можно разделить на два класса: модифицированные теории гравитаций объясняющие ускоренное расширение за счет так называемой темной энергии и модифицированные теории гравитаций которые объясняют ускоренное расширение нашей Вселенной без темной энергии. Все модифицированные теории гравитаций, которые построенны вокруг тайнственной темной энергии, которая как считают является причиной расширенния нашей Вселенной (антигравитацией), с теоретической точки зрения можно разделить на разные подклассы в зависимости от значения космологической константы (согласно современным представлениям о темной энергии на параметр уравнения состояния наложенно ограничение, где-то в порядке значения $w=-1$ космологической константы): фантомная материя - $w<-1$, космологическая константа - $w=-1$, квинтэссенция - $w\in(-1,-1/3)$, пыль- $w=0$, излучение - $w=1/3$, твердая Вселенная - $w\in(1/3,\ 1)$, жесткая материя - $w=1$, экпиротическое вещество - $w>1$ и др.

В этой статье будем рассматривать, одну из этих модифицированных теорий, для однородного и изотропного пространства-времени Фридмана-Робертсона-Уоккера, космологическую модель f-эссенций, которая является частным случаем k-эссенций ифермионным аналогом g-эссенции. Рассматривая f-эссенцию, как гравитационный источник ускоренного расширения, покажем, что фермионное поле, изначально имеющее анизотропное пространство, становится изотропным, образуя сингулярности свободных космологических решений, хорошо описывающих ускоренное расширение Вселенной. Для этих целей, обобщим Лагранжиан, для случая с очень слабой связи f-эссенции с гравитационным полем. Используя этот Лагранжиан, получим систему уравнений поля, а также используем теорему Нетер, для определения явных форм функции связи и функции Лагранжиан f-эссенции.

Не минимально связанная с R гравитацييмодель f-эссенции

Запишем действие для поляf-эссенций, которое не минимально связанно с гравитацией в рамках R гравитации в виде

$$S=\int d^4xe\left[h(u)R+2K(Y,u)\right], \tag{1}$$

где R скаляр Риччи, $u=\overline{\psi}\psi$ обозначают поле f-эссенции ψ и его сопряжениеи $\overline{\psi}=\psi^{\dagger}\gamma^0$, крестик представляет комплексное сопряжение, $h(u)$ обобщенная функция, представляющая не минимальную связь гравитации с полем f-эссенций, K является плотностьюЛагранжиана поля f-эссенции, где канонический кинетический член имеет вид

$$Y=\frac{1}{2}i\left[\overline{\psi}\Gamma^{\mu}D_{\mu}\psi-\left(D_{\mu}\overline{\psi}\right)\Gamma^{\mu}\psi\right], \tag{2}$$

$\Gamma^{\mu}=e_a^{\mu}\gamma^a$ обобщенные матрицы Дирака-Паули, удовлетворяющие алгебре Клиффорда, где фигурные скобки обозначают анти-коммутационное соотношение, ковариантные e_a^{μ} имеют вид

$$D_\mu \psi = \partial_\mu \psi - \Omega_\mu \psi \tag{3}$$

и

$$D_\mu \overline{\psi} = \partial_\mu \overline{\psi} + \overline{\psi} \Omega_\mu \tag{4}$$

Выше, f- эссенция связи Ω_μ определяется

$$\Omega_\mu = -\frac{1}{4} g_{\rho\sigma} \left[\Gamma^\rho_{\mu\delta} - e^\rho_b \partial_\mu e^b_\delta \right] \Gamma^\sigma \Gamma^\delta \tag{5}$$

С $\Gamma^\rho_{\mu\delta}$ обозначается символы Кристоффеля.

Рассмотрим простейшую, однородную и изотропную космологическую модель, в которой плоская метрика ФРУ имеет вид

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left[dx^2 + dy^2 + dz^2\right], \tag{6}$$

где $a(t)$ является масштабным фактором Вселенной. Для этой метрики, выберем $\left(e^\mu_a\right) = diag\left(1, 1/a, 1/a, 1/a\right)$ и $\left(e^\mu_a\right) = diag\left(1, a, a, a\right)$.

Матрица Дирака в искривленном пространстве-времени Γ^μ

$$\Gamma^0 = \gamma^0,\ \Gamma^j = a^{-1}\gamma^j,\ \Gamma^5 = -i\sqrt{-g}\Gamma^0\Gamma^1\Gamma^2\Gamma^3 = \gamma^5, \Gamma_0 = \gamma^0, \Gamma_j = a\gamma^j\ (i = 1,2,3). \tag{7}$$

Отсюда получаем

$$\Omega_0 = 0, \Omega_j = \frac{1}{2}\dot{a}\gamma^j\gamma^0 \tag{8}$$

и

$$Y = \frac{1}{2} i \left(\overline{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\overline{\psi}}\gamma^0\psi \right). \tag{9}$$

Отметим также, что гамма-матрицы, основаны на матрицах Дирака, имеют вид

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \tag{10}$$

где $I = diag(1,1)$ и σ^k матрицы Паули, имеющие следующий вид

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Скаляр Риччи в метрике ФРУ

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) = 6\left(\dot{H} + 2H^2\right), \tag{12}$$

беря плоское пространство-время ФРУ и параметр Хаббла $H = \dot{a}/a$, перепишем вышеупомянутое действие

$$S = \int d^4x \left[-6\dot{h}\dot{a}a^2 - 6h\dot{a}^2 a + 2a^3 K \right], \tag{13}$$