

УДК 539.17

Н. А. БУРКОВА, К. А. ЖАКСЫБЕКОВА, Т. А. КОЖАМКУЛОВ

ОБОБЩЕННАЯ ТЕОРЕМА ЗИГЕРТА И КЛАСТЕРНОЕ ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЕ ЛЕГКИХ ЯДЕР

(Представлена академиком НАН РК Ш. Ш. Сарсембиновым)

Предлагается способ разделения переменных в интегралах перекрывания электромагнитных переходов, построенных с учетом обобщенной теоремы Зигерта, для кластерных волновых функций.

Фотоядерные реакции считаются общепризнанным инструментом исследования ядерной структуры как экспериментально, так и теоретически [1–3]. Эти процессы можно разделить условно на группы по энергии возбуждения $E^* = E_g - e$, где e – энергия связи.

Низкоэнергетические околопороговые процессы играют важную роль в ядерной астрофизике и прикладной термоядерной физике, при этом определяющее значение имеет правильное описание асимптотического поведения волновых функций (ВФ).

Область энергий возбуждения $E^* \gtrsim 30$ МэВ соответствует возбуждению гигантских дипольных резонансов, т.е. представляет интерес для изучения коллективных свойств атомных ядер [4]. В случае прямого расщепления ядер фотонами в кластерные каналы можно получить информацию о структуре ядер на средних расстояниях, которая определяется индивидуальным типом кластерных корреляций или, другими словами, мультиклusterной динамикой [5].

С ростом E_g вплоть до порога рождения мезонов (средние энергии) фотоядерные реакции представляют интерес в первую очередь для исследований короткодействующих корреляций, механизма квазидейtronного поглощения фотонов, особенностей строения ядерных функций на малых расстояниях [3].

Считается, что операторы электромагнитного взаимодействия с атомными ядрами хорошо изучены [1–3, 6, 7]. Однако построение соответствующего гамильтониана взаимодействия \hat{H} с учетом как нуклонных, так и мезонных степеней свободы – не тривиальная задача. В 1937 г. в работе [8] в низкоэнергетическом длинноволновом пределе был предложен метод эффективного учета обменных мезонных токов (ОМТ), который в современной лите-

туре известен как “теорема Зигерта”, когда оператор импульса можно заменить на оператор координаты в предположении, что при малых энергиях E_g в \hat{H} абсолютно доминирует дипольная компонента.

В дальнейшем этот подход, распространенный на более высокие энергии, но уже с использованием уравнения непрерывности, стал известен как “обобщенная теорема Зигерта” (ОТЗ). В литературе использовались различные версии ОТЗ – представление Айзенберга и Грайнера [1], Роуза [9], Фолди [2] и др., которые отличались калибровочным слагаемым и приводили к небольшим количественным различиям в расчетах [9]. В 1982 г. Фриар [10] приводит точное доказательство ОТЗ. Следует также отметить цикл работ по поляризационным наблюдаемым для фотоядерных процессов, известных как “низкоэнергетические теоремы” (см. работу [11] и ссылки в ней).

Таким образом, можно считать, что вопрос о построении операторов электромагнитного взаимодействия с эффективным учетом ОМТ в теории подробно изучен как точно, так и в различных приближениях. Однако возникает вопрос о практическом использовании развитого формализма в конкретных модельных расчетах. В частности, в случае кластерного представления легких ядер, успешно используемого для ядер p -оболочки, возникает проблема разделения переменных в операторах мультипольных переходов, которые зависят от однонуклонных переменных, тогда как кластерные (а также мультиклusterные) функции изначально записываются в относительных стандартных координатах Якоби [5].

В настоящей работе предлагается один из способов решения задачи о разделении переменных в операторах взаимодействия, построенных с учетом ОТЗ.

1. Гамильтониан взаимодействия электромагнитного поля с атомным ядром определяется как свертка векторного потенциала $\overset{\text{r}}{A}(\overset{\text{r}}{x})$ и плотности ядерного тока $\overset{\text{r}}{J}(\overset{\text{r}}{x})$ по текущей координате $\overset{\text{r}}{x}$ [1, 7]:

$$\hat{H} = -\frac{1}{c} \int \overset{\text{r}}{J}(x) \overset{\text{r}}{A}(x) d\overset{\text{r}}{x}. \quad (1)$$

Для векторного потенциала используем стандартное разложение по шаровым векторам [12]:

$$\begin{aligned} \overset{\text{r}}{A}(x) &= A_0(\omega) \overset{\text{r}}{e}_{q_\lambda} e^{-iqx} = \\ &= -\sqrt{2\pi} \sum_{J \geq 1} (-i)^J (2J+1)^{1/2} \Theta \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\Theta \left[\lambda j_J(qx) \overset{\text{r}}{Y}_{JJ1}^\lambda(\Omega_x) + \frac{1}{q} \nabla \times (j_J(qx) \overset{\text{r}}{Y}_{JJ1}^\lambda(\Omega_x)) \right], \quad (26)$$

где $\overset{\text{r}}{e}_{q_\lambda} = \overset{\text{r}}{q}_\lambda / q$ – единичный вектор; $j_J(qx)$ – сферические функции Бесселя. Циклические компоненты шарового вектора определены следующим образом:

$$\overset{\text{r}}{Y}_{JJ1}^M = \sum_{m m'} C_{Jm1m'}^{JM} Y_{JM}(\Omega_x) \overset{\text{r}}{e}_{m'}, \quad (3)$$

где $C_{Jm1m'}^{jm}$ – коэффициенты Клебша–Гордана [12].

Таким образом, для гамильтониана (1) имеем мультипольное разложение

$$\begin{aligned} \hat{H}_\lambda(\overset{\text{r}}{q}) &= A_0 \overset{\text{r}}{e}_{q_\lambda} \int e^{-iqx} \langle f | \overset{\text{r}}{J}(x) | i \rangle d\overset{\text{r}}{x} = \\ &= -A_0 \sqrt{2\pi} \sum_{J \geq 1} (-i)^J (2J+1)^{1/2} \left[\hat{T}_{J\lambda}^{el} + \lambda \hat{T}_{J\lambda}^{mag} \right], \quad (4) \end{aligned}$$

где операторы электрических EJ и магнитных MJ -переходов ранга J :

$$\hat{T}_{JM}^{el} = \frac{1}{q} \int d\overset{\text{r}}{x} \overset{\text{r}}{\nabla} \times \left[j_J(qx) \overset{\text{r}}{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x) \right] \overset{\text{r}}{J}(x), \quad (5)$$

$$\hat{T}_{JM}^{mag} = \int d\overset{\text{r}}{x} j_J(qx) \overset{\text{r}}{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x) \overset{\text{r}}{J}(x). \quad (6)$$

Представим полный ток $\overset{\text{r}}{J}(x)$ в виде суммы конвективного и магнитного спинового токов:

$$\overset{\text{r}}{J}(x) = \overset{\text{r}}{J}_N + \overset{\text{r}}{\nabla} \times \overset{\text{r}}{\mu}_N.$$

(7)

Далее для электрических мультиполей запишем явно конвективную и спиновую составляющую:

$$\hat{T}_{JM}^{el,conv} = \int d\overset{\text{r}}{x} \left[-i \left(\frac{J}{2J+1} \right)^{1/2} j_{J+1}(qx) \overset{\text{r}}{Y}_{JJ+11}^M + \right.$$

$$\left. + i \left(\frac{J+1}{2J+1} \right)^{1/2} j_{J-1}(qx) \overset{\text{r}}{Y}_{JJ-11}^M \right] \overset{\text{r}}{j}_N(x), \quad (8)$$

$$\hat{T}_{JM}^{el,spin} = q \int j_J(qx) \overset{\text{r}}{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x) \overset{\text{r}}{\mu}_N(\overset{\text{r}}{x}) d\overset{\text{r}}{x}. \quad (9)$$

Преобразуем второе слагаемое в (8), используя тождество [12]:

$$\begin{aligned} j_{J-1}(qr) \overset{\text{r}}{Y}_{J,J-1,1}^M &= \frac{1}{q} \left(\frac{2J+1}{J} \right)^{1/2} \overset{\text{r}}{\nabla} j_J(qr) Y_{JM}(\Omega_r) - \\ &- \left(\frac{J+1}{J} \right)^{1/2} j_{J+1}(qr) \overset{\text{r}}{Y}_{J,J+1,1}^M(\Omega_r). \end{aligned} \quad (10)$$

Затем в (8) интегрируем по частям слагаемое с дивергенцией, приводим подобные слагаемые и получаем следующий результат:

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM}^{el,conv} &= i \int d\overset{\text{r}}{x} \left[-\frac{1}{q} \left(\frac{J+1}{J} \right)^{1/2} j_J(qx) Y_{JM}(\Omega_x) \overset{\text{r}}{\nabla} \overset{\text{r}}{j}_N - \right. \\ &\left. - \left(\frac{2J+1}{J} \right)^{1/2} j_{J+1}(qx) \overset{\text{r}}{Y}_{J,J+1,1}^M \overset{\text{r}}{j}_N \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

В первом слагаемом используем уравнение непрерывности в следующем виде:

$$\text{div} \overset{\text{r}}{j}_N = -i [\hat{H}, \hat{\rho}_N], \quad (12a)$$

$$[\hat{H}, \rho_n(x)]_{fi} = (E_f - E_i) \hat{\rho}_{N_{fi}}(x),$$

(12б)

$$(\text{div} \overset{\text{r}}{j}_N)_{fi} = -i \omega_{fi} \hat{\rho}_{N_{fi}}. \quad (12b)$$

Таким образом, совершается переход от плотности тока вероятности к плотности вероятности

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM}^{el,conv} &= i \int d\overset{\text{r}}{x} \left[\frac{i\omega_{fi}}{q} \left(\frac{J+1}{J} \right)^{1/2} j_J(qx) Y_{JM}(\Omega_x) \hat{\rho}_N(x) - \right. \\ &\left. - \left(\frac{2J+1}{J} \right)^{1/2} j_{J+1}(qx) \overset{\text{r}}{Y}_{J,J+1,1}^M \overset{\text{r}}{j}_N \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Далее используем определение однонуклонной плотности заряда и плотности тока соответственно

$$\hat{\rho}_N(\overset{\text{r}}{x}) = \sum_{j=1}^A \hat{e}_j \delta(\overset{\text{r}}{r}_j - \overset{\text{r}}{x}), \quad (14)$$

$$\hat{j}_N(\overset{\text{r}}{x}) = \sum_{j=1}^A \left[\delta(\overset{\text{r}}{r}_j - \overset{\text{r}}{x}), \frac{\hat{e}_j}{2iM_N} \overset{\text{r}}{\nabla}_j \right]_{sym}, \quad (15)$$

записанных в однонуклонных переменных $\overset{\text{r}}{r}_j$; здесь в (15) $[a, b]_{sym}$ обозначен антикоммутатор; M_N – масса нуклона.

Формулы (1)–(13) представляют традиционную схему построения мультипольных операторов и использования ОТЗ [1, 2, 7, 9]. Подстановка (14), (15) в (8), (9), (13) позволяет провести интегрирование по текущей координате \vec{x} , используя d -функцию Дирака. Таким образом, координатная часть операторов

\hat{T}_{JM} будет записана в одночастичных переменных \vec{r}_j . Однако, если ВФ записаны в относительных переменных Якоби, то совершенно очевидно, что разделить переменные в функциях Бесселя $j_l(qr_j)$ в операторной части *в принципе* невозможно.

Отметим, что в случае длинноволнового приближения, т.е. замены функций Бесселя приближением $j_l(qx) \approx \frac{(qx)^l}{(2l+1)!!}$ при $qx \ll 1$, проблем с

разделением переменных не возникает, так как в операторы \hat{T}_{JM} входят векторные сферические функции $Y_{JM}(\vec{r}) = r^J Y_{JM}(\Omega)$, которые при замене $\vec{r} = \alpha\vec{\rho}_1 + \beta\vec{\rho}_2$ факторизуются [12].

Следует также заметить, что разделение переменных элементарно достигается, если использовать факторизацию экспоненты в (2а), однако в дальнейшем задача о мультипольном представлении операторов становится чрезвычайно сложной.

Далее предлагается очень простой прием разделения переменных в \hat{T}_{JM} в рамках традиционного мультипольного представления операторов.

2. Вычислим интеграл в (13) с плотностью заряда. Используя интегральное представление d -функции Дирака

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\vec{k}\vec{r}} d\vec{k} = \delta(\vec{r}), \quad (16)$$

перепишем его в следующем виде:

$$\begin{aligned} I_\rho &= \int j_J(qx) Y_{JM}(\Omega_x) \rho_N(\vec{x}) d\vec{x} \\ &= \sum_{j=1}^A \hat{e}(j) \int j_J(qx) Y_{JM}(\Omega_x) \delta(\vec{r}_j - \vec{x}) d\vec{x} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{j=1}^A \hat{e}(j) \int e^{-i\vec{k}(\vec{x}-\vec{r}_j)} j_J(qx) Y_{JM}(\Omega_x) d\vec{x} d\vec{k}. \end{aligned} \quad (17)$$

Далее используем следующий справочный интеграл:

$$\int e^{-i\vec{k}\vec{x}} j_J(qx) Y_{JM}(\Omega_x) d\vec{x} = \frac{2\pi^2}{\kappa^2} (-i)^J Y_{JM}(\Omega_\kappa) \delta(\kappa - q), \quad (18)$$

который легко получается на основе другого интеграла –

$$\int_0^\infty j_l(qr) j_l(\kappa r) r^2 dr = \frac{1}{\kappa^2} \delta(\kappa - q). \quad (19)$$

Таким образом, имеем окончательно

$$I_\rho = \frac{1}{4\pi} (-i)^J \sum_j \hat{e}(j) \int Y_{JM}(\Omega_\kappa) \delta(\kappa - q) e^{i\vec{k}\vec{r}_j} \frac{d\vec{k}}{\kappa^2}. \quad (20)$$

Итак, идея нашего метода состоит в том, что после мультипольного разложения и применения ОТЗ в операторе “восстанавливается” экспонента $e^{i\vec{k}\vec{r}_j}$, которая при переходе к координатам Якоби faktorизуется и соответственно переменные разделяются.

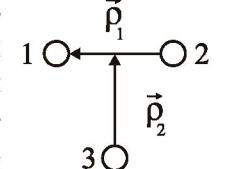
В качестве примера рассмотрим мультиклusterное представление ВФ, используемое для описания структуры легких ядер, таких, как *aNN*-модель для A=6 [13], *2aN* – для A=9 [14], а *tm*-модель для 8Li [15] и т.д. В таком подходе ядро представляется как составная система небольшого числа скоррелированных групп нуклонов (кластеров) с $A \leq 4$.

На рисунке представлен набор координат для трехкластерной системы. Внутренние переменные кластеров обозначим набором ξ_i . Предполагаем, что фрагментация ядра происходит по переменным $\vec{\rho}_1$ и (или) $\vec{\rho}_2$. Координата каждого j -го нуклона представляется в виде линейной комбинации

$$\vec{r}_j = \alpha_j \vec{\rho}_1 + \beta_j \vec{\rho}_2 + \sum_i \gamma_{ij} \xi_{ij}. \quad (21)$$

Далее для простоты будем считать, что элементарные кластеры имеют нулевые квантовые числа. Таким образом, для экспоненты в (20) имеет место разложение

$$\begin{aligned} e^{i\vec{k}\vec{r}_j} &= (4\pi)^2 \sum_{J_1 M_1, J_2 M_2} i^{J_1 + J_2} (\text{sign})^{J_1} (\text{sign})^{J_2} Y_{J_1 M_1}^*(\Omega_\kappa) \Theta \\ &\quad \times Y_{J_2 M_2}^*(\Omega_\kappa) Y_{J_1 M_1}(\Omega_1) Y_{J_2 M_2}(\Omega_2) \times \\ &\quad \times j_{J_1}(\alpha_j \rho_1 \kappa) j_{J_2}(\beta_j \rho_2 \kappa) \prod_i j_0(\gamma_{ij} \xi_{ij} \kappa). \end{aligned} \quad (22)$$



Здесь \prod_i подразумевает произведение функций, стоящих правее; $sign$ – знак при соответствующей координате в (21).

Подставим (22) в (20) и проинтегрируем по угловым переменным $d\Omega_\kappa$:

$$\int Y_{JM}(\Omega_\kappa) Y^*_{J_1 M_1}(\Omega_\kappa) Y^*_{J_2 M_2}(\Omega_\kappa) d\Omega_\kappa = \\ = C_{J_1 M_1 J_2 M_2}^{JM} C_{J_1 0 J_2 0}^{J 0} \sqrt{\frac{(2J_1+1)(2J_2+1)}{4\pi(2J+1)}}. \quad (23)$$

Далее легко провести интегрирование в (20) по переменной k . В итоге имеем

$$I_{\bar{\rho}} = \sum_{j=1}^A \hat{e}(j) (-i)^J \cdot I_{J_1 J_2 JM}^{(\rho)}(\alpha_j \overset{\text{r}}{\rho}_1, \beta_j \overset{\text{r}}{\rho}_2, \gamma_j \overset{\text{r}}{\xi}), \quad (24)$$

$$I_{J_1 J_2 JM}^{(\rho)}(\alpha_j \overset{\text{r}}{\rho}_1, \beta_j \overset{\text{r}}{\rho}_2, \gamma_j \overset{\text{r}}{\xi}) = \sqrt{4\pi} \sum_{J_1 M_1, J_2 M_2} \Theta \sum_{J_1 + J_2} \Theta \left(\frac{(2J_1+1)(2J_2+1)}{4\pi(2J+1)} \right) \times \\ \times Y_{J_1 M_1}(\Omega_1) Y_{J_2 M_2}(\Omega_2) C_{J_1 M_1 J_2 M_2}^{JM} C_{J_1 0 J_2 0}^{J 0} j_{J_1}(\alpha_j \rho_{1K}) \Theta \\ \Theta j_{J_2}(\beta_j \rho_{2K}) \prod_i j_0(\gamma_{ij} \overset{\text{r}}{\xi}_{ij} K). \quad (25)$$

3. Рассмотрим второе слагаемое в (13) с оператором плотности тока (15). С учетом (3) его можно представить в следующем виде:

$$I_{J_N} = \int \hat{j}_J(qx) \overset{\text{l}}{Y}_{JJ1}^M \overset{\text{l}}{j}_{JN} dx \\ \sum_{j=1}^A \frac{\hat{e}(j)}{2iM_N} \int \hat{j}_J(qx) \sum_{m\mu} C_{Jm1\mu}^{JM} \overset{\text{l}}{e}_{q\mu} Y_{Jm}(\Omega_x) \times \\ \times \left\{ 2\delta(\overset{\text{r}}{r}_j - \overset{\text{r}}{x}) \overset{\text{l}}{\nabla}_j + (\overset{\text{l}}{\nabla}_j \delta(\overset{\text{r}}{r}_j - \overset{\text{r}}{x})) \right\}. \quad (26)$$

Здесь первый оператор в фигурных скобках действует только на ВФ в правой обкладке, второй оператор действует только на d -функцию. Учтем также, что в циклических ортах $\overset{\text{l}}{e}_{q\mu} \cdot \overset{\text{l}}{\nabla} = \nabla_\mu(j)$. Очевидно, что первый интеграл в (26) сводится к виду (25), а именно

$$I_{J_N}^{(I)} = \frac{1}{M_N} \sum_{j=1}^A \hat{e}(j) \sum_{Jm, \mu} (-i)^{J+1} C_{Jm1\mu}^{JM} \Theta \\ \Theta I_{J_1 J_2 \bar{J} m}^{(\rho)}(\alpha_j \overset{\text{r}}{\rho}_1, \beta_j \overset{\text{r}}{\rho}_2, \gamma_j \overset{\text{r}}{\xi}) \nabla_{1\mu}(j). \quad (27)$$

Второй интеграл в (26) вычисляется аналогично, и после несложных алгебраических преобразо-

ваний получаем

$$I_{J_N}^{(II)} = \frac{q}{2M_N} \sum_{j=1}^A \hat{e}(j) \sum_{J} (-i)^J \sqrt{\frac{2J+1}{2J+1}} C_{J010}^{J0} \times \\ \times I_{J_1 J_2 JM}^{(\rho)}(\alpha_j \overset{\text{r}}{\rho}_1, \beta_j \overset{\text{r}}{\rho}_2, \gamma_j \overset{\text{r}}{\xi}). \quad (28)$$

Окончательное выражение для оператора конвективных переходов

$$\hat{T}_{JM}^{el, conv} = -\frac{\omega_{fi}}{q} \left(\frac{J+1}{J} \right)^{1/2} I_p - \\ - i \left(\frac{2J+1}{J} \right)^{1/2} \left[I_{J_N}^{(I)} + I_{J_N}^{(II)} \right]_{J=J+1}. \quad (29)$$

Для общности приведем результаты преобразования оператора электрических спиновых переходов $\hat{T}_{JM}^{el, spin}$:

$$\hat{T}_{JM}^{el, spin} = q \int j_J(qx) \overset{\text{l}}{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x) \cdot \overset{\text{l}}{\mu}_N(x) d\overset{\text{r}}{x}. \quad (30)$$

Здесь оператор спинового тока выражается через спиновые матрицы Паули

$$\overset{\text{l}}{\mu}_N = \frac{1}{2M_N} \sum_{j=1}^A \overset{\text{l}}{\sigma}(j) \hat{\mu}(j) \delta(\overset{\text{r}}{r}_j - \overset{\text{r}}{x}), \quad (31)$$

и оператор магнитного момента

$$\hat{\mu}(j) = \frac{\mu_p + \mu_n}{2} + \frac{\mu_p - \mu_n}{2} \hat{\tau}_3(j), \quad (32)$$

где $\mu_p = 2,79$; $\mu_n = -1,91$ – аномальные магнитные моменты протона и нейтрона.

Оператор (30) выражается также через интеграл (25):

$$\hat{T}_{JM}^{el, spin} = \frac{q}{2M_N} \sum_{j=1}^A \hat{\mu}(j) \sum_{m, \mu} (-i)^J C_{Jm1\mu}^{JM} \Theta \\ \Theta I_{J_1 J_2 \bar{J} m}^{(\rho)}(\alpha_j \overset{\text{r}}{\rho}_1, \beta_j \overset{\text{r}}{\rho}_2, \gamma_j \overset{\text{r}}{\xi}) \hat{\sigma}_{1\mu}(j). \quad (33)$$

4. В этом разделе приведем некоторые преобразования оператора магнитных переходов (6), разбив его также на конвективную и спиновую части:

$$\hat{T}_{JM}^{mag} = \int j_J(qx) \overset{\text{l}}{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x) \cdot \overset{\text{l}}{j}_{JN}(x) d\overset{\text{r}}{x} + \\ + \int j_J(qx) \overset{\text{l}}{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x) \cdot \overset{\text{l}}{\nabla} \times \overset{\text{l}}{\mu}_N d\overset{\text{r}}{x}. \quad (34)$$

Легко заметить, что $\hat{T}_{JM}^{mag, conv}$ выражается через интеграл $I_{J_N}^{(I)}$, а вклад интеграла $I_{J_N}^{(II)}$ равен нулю в силу правил отбора $\delta_{J\bar{J}}$. Таким образом,

$$\hat{T}_{JM}^{mag, conv} = \frac{1}{M_N} \sum_{j=1}^A \hat{e}(j) \sum_{m, \mu} (-i)^{J+1} C_{Jm1\mu}^{JM} \Theta$$

$$\Theta I_{J_1 J_2, JM}^{(\rho)} (\alpha_j \overset{\text{r}}{\rho}_1, \beta_j \overset{\text{r}}{\rho}_2, \gamma_j \overset{\text{r}}{\xi}) \nabla_{1\mu}(j). \quad (35)$$

Рассмотрим теперь спиновую часть магнитного оператора $\hat{T}_{JM}^{mag, spin}$. Использовав векторное равенство $\overset{\text{l}}{\nabla}(\overset{\text{l}}{a} \times \overset{\text{l}}{b}) = \overset{\text{l}}{b} \cdot (\overset{\text{l}}{\nabla} \times \overset{\text{l}}{a}) - \overset{\text{l}}{a} \cdot (\overset{\text{l}}{\nabla} \times \overset{\text{l}}{b})$ и далее теорему Гаусса, получим

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM}^{mag, spin} &= \int j_J(qx) \overset{\text{l}}{Y}_{JJ1}(\Omega_x) \cdot \overset{\text{l}}{\nabla} \times \overset{\text{l}}{\mu}_N dx = \\ &= q \cdot i \int \overset{\text{l}}{\mu}_N \cdot \left\{ -\sqrt{\frac{J}{2J+1}} j_{J+1}(qx) \overset{\text{l}}{Y}_{J,J+1M} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} j_{J-1}(qx) \overset{\text{l}}{Y}_{J,J-1M} \right\} dx. \end{aligned} \quad (36)$$

Далее свернем выражение в фигурных скобках, использовав коэффициент Клебша–Гордана:

$$(\bar{J}010|J0) = \begin{cases} \left(\frac{J}{2J-1} \right)^{1/2}, & \text{если } J = \bar{J} + 1, \\ -\left(\frac{J+1}{2J+3} \right)^{1/2}, & \text{если } J = \bar{J} - 1. \end{cases} \quad (37)$$

Таким образом, получим окончательное выражение для оператора (36):

$$\hat{T}_{JM}^{mag, spin} = iq \sum_{\bar{J}} C_{J010}^{J0} \int j_{\bar{J}}(qx) \overset{\text{l}}{\mu}_N \overset{\text{l}}{Y}_{J\bar{J}M}(\Omega_x) dx. \quad (38)$$

Представим оператор (38) с учетом преобразования координат (21):

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM}^{mag, spin} &= -\frac{q}{4M_N} \sum_{j=1}^A \hat{\mu}(j) \sum_{Jm, \mu} (-i)^{\bar{J}+1} C_{Jm1\mu}^{JM} C_{J010}^{J0} \Theta \\ &\quad \Theta I_{J_1 J_2, \bar{J}m}^{(\rho)} (\alpha_j \overset{\text{r}}{\rho}_1, \beta_j \overset{\text{r}}{\rho}_2, \gamma_j \overset{\text{r}}{\xi}) \hat{\sigma}_{1\mu}(j). \end{aligned} \quad (39)$$

В заключение отметим, что в рамках мультипольного разложения получены операторы электрических конвективных $\hat{T}_{JM}^{el, conv}$ (29) и спиновых $\hat{T}_{JM}^{el, spin}$ (33) переходов, а также магнитных конвек-

тивных $\hat{T}_{JM}^{mag, conv}$ (35) и спиновых $\hat{T}_{JM}^{mag, spin}$ (39) переходов, которые можно использовать в расчетах кластерной двухчастичной и многочастичной фотофрагментации легких ядер. Предложенный нами метод перехода от одночастичных координат к относительным можно также применять при построении матричных элементов в фотоядерных процессах с учетом обменных мезонных токов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзенберг И., Грайнер В. Механизмы возбуждения ядра. М.: Атомиздат, 1973. 347 с.
2. de Forest T., Walecka Jr. and J.D. Electron scattering and nuclear structure // Adv. Phys. 1966. V. 15, N 57. 109 p.
3. Ахиезер А.И., Ситенко А.Г., Тартаковский В.К. Электродинамика ядер. Киев: Наукова думка, 1989. 432 с.
4. Ишханов Б.С., Капитонов И.М., Неудачин В.Г., Юдин Н.П. Формирование гигантских резонансов в легких ядрах // ЭЧАЯ. 2000. Т. 31, вып. 6. С. 1343-1397.
5. Буркова Н.А., Жаксыбекова К.А., Жусупов М.А. Потенциальная теория кластерного фоторасщепления легких ядер // ЭЧАЯ. 2005. Т. 36, вып. 4. С. 801-868.
6. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Кvantовая электродинамика. М.: Наука, 1969. 623 с.
7. Бор. О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. М.: Мир, 1971. Т. 1. 456 с.
8. Siegert A.J.F. // Phys. Rev. 1937. V. 52. P. 787.
9. Joenpera I. Matrix elements for spin current transitions in the inelastic electro-excitations of nuclei by using different vector potential decomposition. // Ann. Ac Scie. Fenniae. Ser. A. VI. Physica 397. Helsinki, 1972. 34 p.
10. Friar J.L., Fallieros S. Current conservation and electric multipoles // Phys. Lett. B, 1982. V. 114, N 6. P. 403-408.
11. Arenhoevel H., Weyrauch M. Low-energy theorems for nuclear polarizabilities // Nucl. Phys. A., 1986. V. 457. P. 573-601.
12. Варшавович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. 439 с.
13. Kukulin V.I. et al. The spectrum of low-lying states of nuclei with A=6 // Nucl. Phys. A., 1986. V. 453. P. 356-388.
14. Kukulin V.I., Vorontchev V.T., Pomerantsev V.N. Three body calculations of A=9 nuclei with super-symmetric 66-potentials // Few-Body Syst. 1995. V. 18. P. 191-202.
15. Жусупов М.А., Сагиндыков Ш.Ш., Сахиев С.К. Спектроскопические характеристики ядер ${}^8\text{Li}$, ${}^8\text{B}$ в трехкластерных моделях // Изв. РАН. Сер. физ. 2001. Т. 65, № 5. С. 714-717.

Резюме

Кластерлік толқындық функциялар үшін Зигерттің жалпыланған теоремасының ескерінде отырып тұзғалған электромагниттік етулердің айқасу интегралдарында айнымалыларды ажырату тәсілі ұсынылған.

Summary

A method of coordinate separation in the overlapping integrals of electromagnetic transitions constructed with taking into account of generalized Siegert's theorem and based on the cluster model wave functions was developed.

Казахский национальный
университет им. аль-Фараби

Поступила 10.12.05г.