

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВИХРЕВЫХ СЛЕДОВ  
ЗА ДВУМЯ ТЕЛАМИ В ПОТОКЕ ВОЗДУХА**

Методом фиктивных областей численно моделируется обтекание потоком воздуха двух тел, расположенных с углом выноса. Исследовано влияние расстояния между препятствиями на процесс образования и взаимодействия вихрей за телами. Численно подтверждена гипотеза о “вытеснении следа”.

Случай установки цилиндров под углом выноса наиболее часто встречается в инженерной практике, и тем не менее исследованию этого вида расположения уделялось наименьшее внимание. Первые систематические измерения распределения давления вдоль поверхности одного из двух параллельных цилиндров при различных углах выноса проводились в работе [1].

В работах [2–4] при изучении особенностей обтекания двух цилиндров, установленных под углом выноса, рассматривались силы, действующие на цилиндр, расположенный ниже по потоку. Основным не найденным объяснением на данный момент является наличие двух максимумов коэффициента подъемной силы. При этом наименьшее внимание уделялось измерениям частоты схода вихрей.

В данной работе на основе метода фиктивных областей численно исследуется влияние расстояния между телами на процесс образования и взаимодействия вихревых следов при обтекании потоком воздуха двух цилиндрических тел треугольного сечения, расположенных с углом выноса. Схема течения приводится на рис. 1.

**Постановка задачи.** Исходной является система уравнений, описывающая нестационарное двумерное течение сжимаемого турбулентного газа в поле силы тяжести (без учета сил Кориолиса), записанная в декартовой системе координат:

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{Fr} \rho - \frac{1}{\gamma M^2} \nabla P + K_M \Delta_b \mathbf{r}, \quad (1)$$

$$\rho \frac{dT}{dt} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dP}{dt} + K_H \Delta_b T - \rho L_c \Delta, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \mathbf{V} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{dq}{dt} = K_q \Delta_b q, \quad q = q_v + q_c, \quad (4)$$

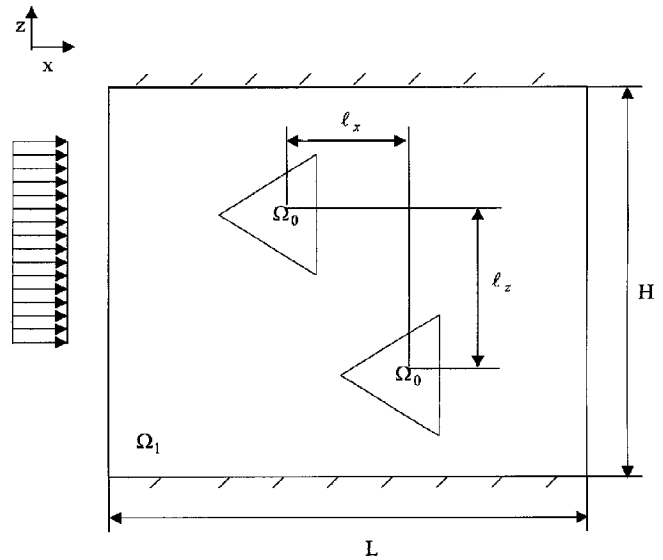


Рис. 1. Схема течения: слева – профиль начальной скорости,  $\Omega_1$  – рассматриваемая область,  $\Omega_0$  – фиктивная область,  $H$  – вертикальный,  $L$  – горизонтальный размеры  $\Omega_1$  и  $\Omega_0$ ,  $x, z$  – декартова система координат,  $\lambda_x, \lambda_z$  – продольное и поперечное расстояния между центрами тел

$$\rho = \frac{P}{T(1 + 0,61q_v)(1 - q_c)}, \quad (5)$$

где  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + w \frac{\partial}{\partial z}$ ,  $\Delta_b = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ,

$$\Delta = \begin{cases} 0, & q \leq q_{vs} \\ \frac{dq_{vs}}{dt}, & q > q_{vs} \end{cases} \quad \text{— скорость конденсации водя-$$

ного пара.

Удельная влажность при состоянии насыщения имеет вид

$$q_{vs} = 0,622 E_0 \exp (17,27(T - 1)/T) / P. \quad (6)$$

Система уравнений (1)–(6) записана в безразмерной форме. В качестве масштабных параметров приняты следующие характерные величины для

рассматриваемого течения:  $H$  – высота рассматриваемой области,  $V_0$  – максимальная скорость невозмущенного потока,  $T_0$  и  $\rho_0$  – температура и плотность на нижней границе, масштаб времени  $t_0 = H/V_0$ , для давления  $P$  и упругости насыщения  $E_0 = \rho_0 RT_0$ .

Здесь  $K_H = K_M / Pr$ ,  $K_q = K_M / Sc$ , где  $K_M$  – безразмерный коэффициент турбулентной вязкости,  $Pr$  – число Прандтля,  $Sc$  – число Шмидта,  $L_c = L / c_p T_0$  – безразмерный коэффициент,  $L$  – удельная теплота конденсации,  $q$  – удельное влагосодержание,  $q_v$  – удельная влажность,  $q_c$  – удельная водность облака,  $q_{vs}$  – удельная влажность насыщения, остальные обозначения общепринятые.

Система уравнений (1)–(6) замкнута с помощью простейшей экмановской модели ( $K = \text{const}$ ).

**Начальные и граничные условия.** В начальный момент времени газ находится в состоянии покоя, при этом начальные распределения температуры, плотности и влажности задаются следующим образом ( $H = 2,5$ ):

$$T = 1 - mz, \quad \rho = \exp\left(-\frac{\gamma M^2}{Fr} z\right),$$

$$q = RHq_{vs}, \text{ при } 0 \leq x \leq L, 0,5 \leq z \leq 2.$$

Ниже и выше этого слоя искомые величины приняты постоянными и равными их значениям при  $z = 0,5$  и  $z = 2$  соответственно. Здесь  $m$  – вертикальный градиент температуры ( $m = 0,01$ ),  $RH$  – заданная относительная влажность.

На входе до момента  $t = 0,5$  задается линейный рост поля скорости по времени  $u = 2t$ ,  $w = 0$ , далее скорость принимается постоянной  $u = 1$ ,  $w = 0$ , условия для температуры, плотности и влажности задаются в соответствии с начальными распределениями. На выходе приняты мягкие граничные условия:

влия:  $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, f = [u, T, q], w = 0$ . На нижней и верхней

границе условия для поля скорости совпадают с условиями на входе, остальные условия следующие:

$\frac{\partial f}{\partial z} = 0, f = [T, q]$ . На поверхности обтекаемого тела:

$$u = w = 0, T = 1 - mz, q = RHq_{vs}.$$

Методика решения системы уравнений (7) подробно приведена в работах [5–7]. Приведем основные этапы расчета: динамические характеристики решаются проекционным методом, т.е. промежуточные

значения скорости вычисляются явно, уравнение Пуассона для динамического давления решается методом последовательной симметричной верхней релаксации. Поле температуры и влажности рассчитывается методом переменных направлений с монотонной схемой по пространственным координатам.

**Анализ результатов.** Расчеты проводились при следующих значениях режимных параметров:  $M = 0,026$ ,  $K_M = 0,0012$ ,  $Fr = 0,007$ ,  $L_c = 0,5$ ,  $RH = 0,9$ ,  $E_0 = 0,16$ ,  $m = 0,01$ ,  $Pr = Sc = 0,71$ . Расчетная сетка состоит из  $(215 \times 101)$  ячеек с шагами  $h_x = 0,035$ ,  $h_z = 0,025$  и с шагом по времени  $\tau = 0,0025$ .

В качестве препятствий были приняты:  $z_{1(2)} = c_{1(2)} \pm k(x - a_{1(2)})$  – цилиндрические тела треугольного сечения одинакового размера, где индекс 1 соответствует нижнему препятствию, индекс 2 – верхнему,  $c_1 = 1$ ,  $c_2 = 1,5$ ,  $k = 0,5$ ,  $a_1 = 2,55$ ,  $a_2 = 2,05$ . Для простоты цилиндрические тела треугольного сечения будем обозначать треугольниками.

Ниже изложены результаты численного эксперимента по исследованию влияния расстояния между препятствиями на процесс взаимодействия вихревых следов при обтекании потоком воздуха двух треугольников, расположенных с углом выноса, с диапазоном изменения расстояния между телами  $\lambda_x, \lambda_z$  от  $1,25d$  до  $2d$ , где  $d$  – высота треугольника ( $d = 0,4$ ),  $\lambda_x$  – продольное и  $\lambda_z$  – поперечное расстояния между центрами тел. Вынос определяется углом между линией, проходящей через оси тел, и направлением потока.

На рис. 2 приведены изолинии завихренности  $\omega$  при обтекании треугольников, расположенных с углом выноса  $\alpha = 45^\circ$  и расстоянием между телами  $\lambda_x = \lambda_z = 1,25d$ . Подобно задаче обтекания одиночного тела за каждым препятствием образуются вихри противоположных знаков (см. рис. 2, а). При этом поток воздуха в зазоре между телами, который, по существу, является конфузуром, ускоряясь, оказывает непосредственное воздействие на положительный вихрь первого (верхнего) тела и на отрицательный вихрь второго (нижнего). В результате этого воздействия, как видно из рис. 2, б, в, вихри, порожденные первым препятствием, сильно вытягиваются в направлении потока. Последующее взаимодействие течения за первым телом с вихревым следом за вторым (показанного на рис. 2, г) приводит к тому, что за обоими препятствиями не наблюдается четко выраженных вихревых следов.

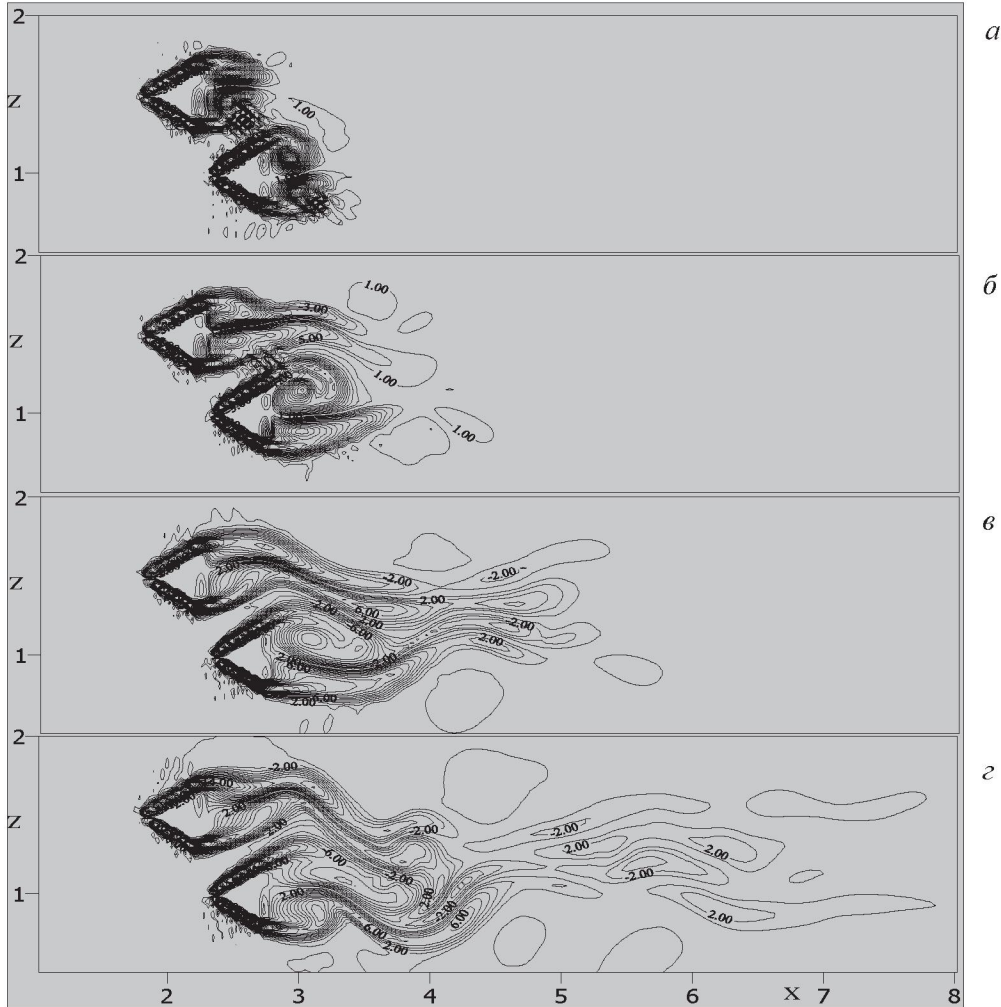


Рис. 2. Распределения завихренности при моментах времени:  
а –  $t = 0,75$ ; б –  $t = 1,5$ ; в –  $t = 3$ ; г –  $t = 5,5$

При  $\lambda_x = \lambda_z = 1,5d$  и  $\lambda_x = \lambda_z = 2d$ , вследствие увеличения зазора, поток в конфузоре движется с меньшей скоростью, и его действие на вихри, порожденные препятствиями, ослабевает, что следует из картины распределения завихренности (рис. 3, а, б,  $\lambda_x = \lambda_z = 1,5d$  и рис. 3, в, г,  $\lambda_x = \lambda_z = 2d$ ,  $t = 7,5$ ). В отличие от картины вихревого следа предыдущего (т.е.  $\lambda_x = \lambda_z = 1,25d$ ) здесь четко наблюдается сход вихрей за обоими телами. Вследствие меньшего воздействия течения в конфузоре на след завихренности за обоими телами схожи.

Следует отметить, что здесь подтверждается гипотеза о “вытеснении следа” [3]: действительно видно, что заднее тело не погружено в след от переднего тела.

Картина взаимодействия течения за телами наилучшим образом интерпретируется из распределения продольной и поперечной составляющих скорости в точках за передним препятствием  $M_1$  (рис. 4, а, слева) и за вторым телом  $M_2$  (рис. 4, а, справа) в зависимости от времени  $t$  при расстоянии между телами  $\lambda_x = \lambda_z = 1,25d$ . Точки  $M_1$  и  $M_2$  расположены на пересечении горизонтальной линии, проходящей через центр тела, и вертикального сечения, отстоящего от препятствия на расстоянии  $d$ . Влияние инъекции потока и второго тела на след за передним телом состоит в том, что как продольная  $u$ , так и поперечная составляющая  $w$  в точке  $M_1$  положительны (рис. 4, а, слева), т.е. за передним телом возникает строго положительный периодический (автоколебательный) режим с постоянной

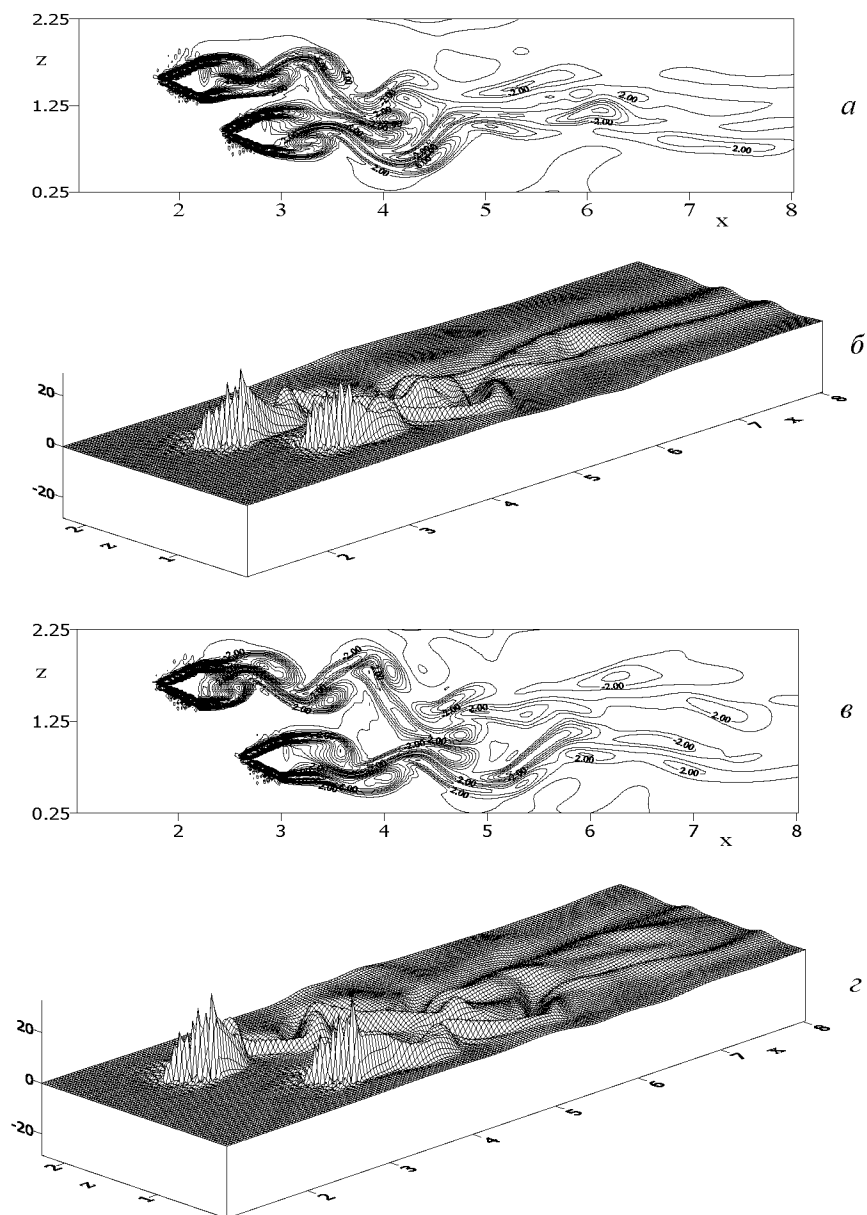


Рис. 3. Изолинии (а, в) и поверхности (б, г) завихренности в момент времени  $t = 7,5$  при:

$$а, б - \lambda_x = \lambda_z = 1,5d; \quad в, г - \lambda_x = \lambda_z = 2d$$

амплитудой. Как следует из численных расчетов, составляющие скорости в точке  $M_2$  (рис. 4, а, справа) в качественном отношении ведут себя аналогично характеристикам течения одиночного препятствия, но в количественном отношении отличаются тем, что величина поперечных составляющих меньше.

При  $\lambda_x = \lambda_z = 1,5d$  за передним телом (т.  $M_1$ ) происходит сход вихрей, что следует из колебательного режима движения продольной и поперечной составляющих скорости (рис. 4, б). Как следует из

численных расчетов, при  $\lambda_x = \lambda_z = 2d$  амплитуда колебаний поперечной составляющей за первым телом приближается к колебаниям за одиночным телом, в то же время колебательный режим за вторым телом изменяется незначительно. В заключение отметим, что анализ полученных результатов показывает, что для тел, расположенных с углом выноса, течение в зазоре существенно меняет картину вихревого следа переднего препятствия, при этом оказывая меньшее воздействие на вихревой след второго тела.

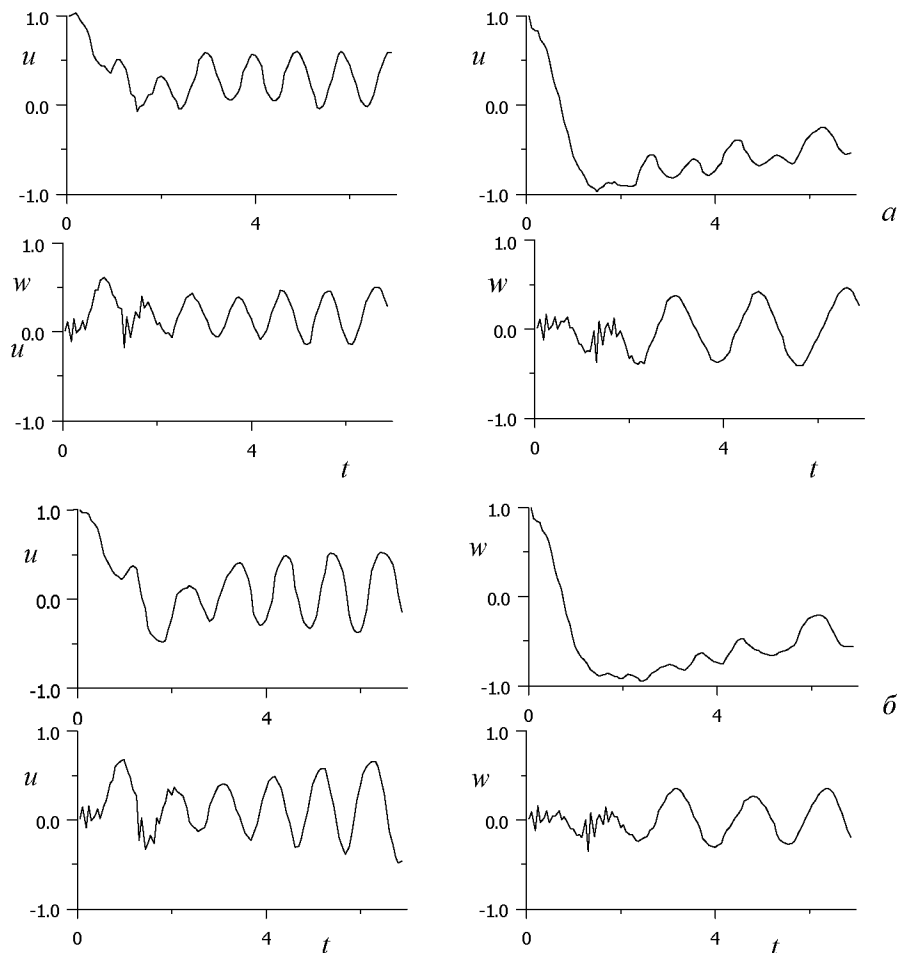


Рис. 4. Спектр пульсаций компонент скорости за первым (слева) и за вторым телом (справа):

$$a - \lambda_x = \lambda_z = 1,25d; \quad б - \lambda_x = \lambda_z = 1,5d$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Hori E. Experiments on flow around a pair of parallel circular cylinders // Proc. 9<sup>th</sup> Japan National Congress for Applied Mech. Tokyo, 1959. P. 231-234.
2. Zdravkovich M.M. Interference between two circular cylinders; series of unexpected discontinuities // Journal of Industrial Aerodynamics. 1977. V. 2. P. 255-270.
3. Mair W.A., Maull D.J. Aerodynamic behaviour of bodies in the wake of other bodies // Transactions Royal Society. A, 1971. V. 269. P. 425-437.
4. Price S.J. The origin and nature of the lift force on two bluff bodies // Aeronautical Quarterly, 1976. V. XXVI. P. 154-168.
5. Найманова А.Ж. Процессы волнообразования над неоднородной поверхностью // Математическое моделирование. 1998. Т. 10, №8. С. 43-53.
6. Ибраева Д.С., Найманова А.Ж. Численное моделирование влажных подветренных волн // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37, №1. С. 93-102.
7. Алиева Б.К., Найманова А.Ж., Смагулов Ш.С. Числен-

ное моделирование явления резонанса в дорожке типа Кармана // Вычислительные технологии. Новосибирск, 2004. Т. 9, №2. С. 3-8.

#### Резюме

Бұл жұмыста бұрыш жасай орналасқан екі денені ауаның айналып өту процесі жалған облыстар әдісінің көмегімен сандық түрде модельденеді. Құйынның пайда болуына кедергілер арасындағы ара қашықтықтың әсері зерттелген. Ізді ығыстыру жөніндегі гипотеза сандық түрде тұжырымдалған.

#### Summary

In this work the streamlining of two bodies located with a angle by air is numerically modelling on the basis of a method of fictitious domains. The influence of the distance between obstacles on the formation and interaction of vortices has been studied. The hypothesis about wake's displacement is numerically confirmed.

Институт математики МОН РК,  
г. Алматы

Поступила 16.06.05г.