

М. ДИНЕЙХАН, С. А. ЖАУГАШЕВА, С. К. САХИЕВ

ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЗМА ФОРМИРОВАНИЯ ЭКЗОТИЧЕСКОГО АТОМА В РАМКАХ ОСЦИЛЛЯТОРНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Полагая, что эта экзотическая система, состоящая из адрона, ядра и электронов, взаимодействующих между собой кулоновскими парными силами, образует квантово-механическую систему, определили потенциал взаимодействия между адроном и ядром. Показано, что трехчастичная структура экзотического состояния приводит к появлению добавочного потенциала взаимодействия между адроном и ядром. Структура добавочного потенциала зависит как от зарядовой, так и от изотопической структур трехтельной системы. Именно асимметрия как в электрических зарядах, так и в массах составляющих частиц обеспечивает долгое время жизни экзотических систем.

Введение. В настоящее время интенсивно ведутся как экспериментальные, так и теоретические исследования структуры и механизма формирования экзотических атомов. Впервые эк-

спериментально был [1] обнаружен мюонный экзотический атом, а в дальнейшем мюоны стали хорошим средством для изучения свойств ядер, о чем убедительно свидетельствуют обзоры [2]

и труды многочисленных конференций [3]. Было достоверно подтверждено существование экзотических атомов с мезонами (μ, π, κ, \dots) и другими отрицательными барионами (антипротонами). Таким образом, физика экзотических атомов весьма обширна и разнообразна, и поэтому данная работа посвящена только изучению механизма формирования экзотических атомов, состоящих из ядер легких атомов, электрона (e^-) и адронов, в частности антипротона (\bar{p}). В последнее время ведутся исследования экзотического атома гелия ($\text{He } \bar{p} e^-$), состоящего из ядра гелия (He^{++}), электрона (e^-) и антипротона (\bar{p}). Это экзотическое состояние было впервые экспериментально обнаружено в лаборатории КЕК [4] и позднее в эксперименте CERN [5]. Возможность существования такого состояния предсказывал Кондо [6] в начале 60-х годов. Сегодня такое состояние называется «атомкуле» (atomcule).

В теоретических работах, посвященных изучению экзотического атома гелия, с большой точностью, в основном с помощью численных расчетов, были определены энергетический спектр и переходные матричные элементы [7, 8] в рамках модели Кондо (атомкуле). В настоящее время известно, что атомкуле гелия является долгоживущим, а атомкуле водорода нет. С другой стороны, модель атомкуле хорошо описывает механизм формирования только атомкуле гелия, а объяснить механизм формирования других экзотических атомов не может. Об этом более детально изложено в обзоре [9]. Возникают естественные вопросы: какие механизмы обеспечивают условия существования долгоживущего атомкуле гелия, почему атомкуле водорода не является долгоживущим, существуют ли долгоживущие атомкуле других легких ядер. По нашему мнению, для ответа на эти и другие вопросы существенную роль играют аналитические методы вычисления, т.е. аналитическое определение потенциала взаимодействия между ядрами и адронами, в частности антипротоном в экзотическом атоме. Мы также считаем, что атомы и экзотические атомы (ЭА) являются квантово-механическими системами, которые взаимодействуют между собой посредством кулоновских сил. Поэтому структурные формирования этих систем, как атома, так и ЭА, должны определяться

единым образом в рамках квантово-механического формализма, а стабильность и метастабильность данной системы – соотношениями внутренних параметров – как массы, так и зарядов составляющих частиц. Другими словами, из атомкуле гелия при уменьшении массы антипротона до массы электрона должно получиться стабильное состояние атома гелия, или из системы ($\bar{p} \bar{p} e^-$) при уменьшении массы антипротона до массы электрона мы должны получить ион водорода (H^-), или при замене знака электрического заряда антипротона – ион молекулы водорода (H_2^+). Эти стабильные и метастабильные трехтельные кулоновские системы должны описываться единым образом в рамках квантово-механического подхода, а переход от одной системы к другой осуществляется простой заменой внутреннего параметра данной системы.

Целью данной работы являются объяснение механизма формирования экзотических атомов и аналитическое определение потенциала взаимодействия между адроном (антипротоном) и легкими ядрами, а также вычисление энергетического спектра атомкуле легких ядер в рамках метода осцилляторного представления (ОП) [10].

Определение терма двух кулоновских центров в осцилляторном представлении. Рассмотрим трехтельную систему с кулоновским взаимодействием. Пусть m_1, m_2, m_3 – массы, а $Z_1e, -Z_2e, -Z_3e$ – заряды частиц соответственно. Гамильтониан системы записывается в стандартном виде:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \frac{1}{m_j} \vec{P}_j^2 - \frac{Z_1 Z_2 e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} - \frac{Z_1 Z_3 e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|} + \frac{Z_3 Z_2 e^2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|}. \quad (1)$$

Выбирая систему центра масс \vec{z} и координаты Якоби $\{\vec{x}, \vec{y}\}$ в виде:

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{x} + \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \vec{y} + \vec{z}; \\ \vec{r}_2 &= -\frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{x} + \frac{m_3}{m_1 + m_2 + m_3} \vec{y} + \vec{z}; \\ \vec{r}_3 &= -\frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3} \vec{y} + \vec{z}, \end{aligned} \quad (2)$$

а также проводя некоторые упрощения из (1) для гамильтониана системы, получаем

$$H = \frac{1}{2M} \bar{P}_x^2 + \frac{1}{2\mu} \bar{P}_y^2 - \frac{Z_1 Z_2 e^2}{x} - \frac{Z_1 Z_3 e^2}{|\bar{x}M/m_1 + \bar{y}|} + \frac{Z_3 Z_2 e^2}{|\bar{x}M/m_2 - \bar{y}|}. \quad (3)$$

Здесь кинетическая энергия полной системы опущена и введены следующие обозначения:

$$M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}; \quad \mu = \frac{(m_1 + m_2) m_3}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (4)$$

Для удобства в дальнейших вычислениях переходим к безразмерным переменным (\bar{R}, \bar{r}) :

$$\bar{x} = \frac{1}{Me^2} \bar{R}; \quad \bar{y} = \frac{1}{\sqrt{M\mu}} \bar{r}, \quad (5)$$

тогда для уравнения Шредингера (УШ) получим

$$\left[\frac{1}{2} \bar{P}_r^2 + \frac{1}{2} \bar{P}_R^2 - \frac{Z_1 Z_2 \lambda}{R} - \frac{Z_1 Z_3 \lambda}{|\bar{r} + c_1 \bar{R}|} + \frac{Z_3 Z_2 \lambda}{|\bar{r} - c_2 \bar{R}|} + \frac{U}{2} \right] \times \Psi(\bar{R}, \bar{r}) = 0. \quad (6)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\lambda = c_1 + c_2; \quad c_j = \frac{1}{m_j} \sqrt{\frac{m_1 m_2 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}}; \quad j = 1, 2, \quad (7)$$

а также E – энергетический спектр трехтельной системы параметризован следующим образом:

$$E = -\frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} U, \quad (8)$$

где U – энергетический параметр. Таким образом, безразмерный параметр U определяет энергию системы.

Наша задача состоит в определении из УШ (6) параметра U и волновой функции (ВФ) системы в рамках метода ОП [10].

Двухцентровое адиабатическое приближение. Адиабатическое приближение является одним из самых распространенных методов в физике и заключается в приближенном разделении «быстрых» и «медленных» переменных динамической системы. В квантовой механике (КМ) основы адиабатического приближения были заложены Борном и Оппенгеймером [11], а затем Борном и Фоком [12] для решения УШ.

В данном пункте изложим детали применения двухцентрового приближения для решения УШ в кулоновской трехтельной системе в рамках ОП. Мы будем рассматривать трехтельную

кулоновскую систему, состоящую из ядра, адрона и электрона. Ядро и антипротон или мезоны являются сравнительно тяжелыми частицами по сравнению с электроном. Поэтому при определении энергетического спектра и волновой функции данной системы вполне возможно применение двухцентрового адиабатического приближения [13]. В двухцентровом приближении ВФ системы представляется в виде

$$\Psi(\bar{R}, \bar{r}) = \chi(\bar{R}) \Phi(R, \bar{r}), \quad (9)$$

где $\Phi(R, \bar{r})$ – волновая функция внутренней системы, обычно определяется следующим образом:

$$\Phi(R, \bar{r}) = \frac{e^{im\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \tilde{\Phi}_m(R; \rho, z). \quad (10)$$

Здесь φ – азимутальный угол, а m – азимутальное квантовое число. Учитывая (23) и (24) в цилиндрической системе координат, после некоторых упрощений из (6) для УШ имеем

$$\left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{m^2}{\rho^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] - \frac{Z_1 Z_3 \lambda}{\sqrt{\rho^2 + z^2 + 2c_1 R z + c_1^2 R^2}} + \frac{Z_2 Z_3 \lambda}{\sqrt{\rho^2 + z^2 - 2c_2 R z + c_2^2 R^2}} \right\} \times \tilde{\Phi}_m(R, \rho, z) = E_r(R) \tilde{\Phi}_m(R, \rho, z), \quad (11)$$

где $E_r(R)$ является собственным значением гамильтониана внутренней системы. В (11) переменная R рассматривается как внешний параметр. Стандартное вычисление обычно приводит к вытянутым сфероидальным координатам [14], при этом параметр R определяет фокусное расстояние, а $E_r(R)$ называется термом энергетических уровней. В вытянутых сфероидальных системах координат УШ, представленное в (11), допускает разделение переменных и получаются два уравнения, которые решаются только численными методами (подробно см. в [14, 15]). В данной работе для определения энергетического термина $E_r(R)$ применим метод ОП.

Двухцентровое приближение в ОП. Теперь приступим к вычислению энергетического термина $E_r(R)$ внутренней системы в рамках метода ОП. Для этого проведем замену переменных:

$$\rho = 2\sqrt{\rho_1\rho_2}, \quad z = (\rho_1 - \rho_2) \quad (12)$$

и перейдем к параболической системе координат. После необходимых вычислений из (11) имеем:

$$\left\{ -\frac{\hbar}{2} \left[\rho_1 \frac{\partial^2}{\partial \rho_1^2} + \frac{\partial}{\partial \rho_1} + \rho_2 \frac{\partial^2}{\partial \rho_2^2} + \frac{\partial}{\partial \rho_2} - \frac{m^2}{4\rho_1} - \frac{m^2}{4\rho_2} \right] - \right. \\ \left. -(\rho_1 + \rho_2)E_r - \frac{Z_1 Z_3 \lambda (\rho_1 + \rho_2)}{\sqrt{(\rho_1 + \rho_2)^2 + 2c_1 R (\rho_1 - \rho_2) + c_1^2 R^2}} + \right. \\ \left. + \frac{Z_2 Z_3 \lambda (\rho_1 + \rho_2)}{\sqrt{(\rho_1 + \rho_2)^2 - 2c_2 R (\rho_1 - \rho_2) + c_2^2 R^2}} \right\} \times \\ \times \tilde{\Phi}_m(r; \rho_1, \rho_2) = 0. \quad (13)$$

Для определения энергетического термина $E_r(R)$ из (12) применим метод ОП. Перед тем как определить энергетический спектр и волновую функцию из УШ (12) с помощью метода ОП [10], уместно напомнить, что этот метод основан на идеях и методах квантовой теории скалярного поля. Одним из существенных отличий квантовой теории поля (КТП) от КМ является то, что квантованные поля, представляющие набор бесконечного числа осцилляторов для основного состояния или вакуума, при квантово-полевом взаимодействии сохраняют свою осцилляторную природу. В КМ собственные функции для большинства потенциалов, как правило, отличаются от гауссовского поведения осцилляторной волновой функцией. Поэтому для применения методов и идеи КТП к решению квантово-механических задач следует в исходном радиальном УШ провести замену переменных таким образом, чтобы искомая волновая функция на больших расстояниях обладала гауссовским поведением, а трансформированное уравнение идентифицировать с радиальным УШ в пространстве с большой размерностью [10]. Отметим, что впервые похожая идея обсуждалась Фоком при решении задачи о спектре атома водорода с помощью трансформации в четырехмерном пространстве импульсов [16].

Следуя Фоку [17], будем считать асимптотическое поведение волновой функции внутренней системы кулоновским. В соответствии с изложенным проведем замену переменных следующим образом (детали см. в [10]):

$$\rho_k = q_k^2, \quad \tilde{\Phi}_m = q_1^{|m|} q_2^{|m|} \Psi_m(q_1^2, q_2^2); \quad \kappa = 1, 2. \quad (14)$$

Используя атомную систему единиц ($\hbar = 1$, $e = 1$, $c = 1$), получаем из (12) для УШ:

$$\left\{ -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \left[\frac{\partial^2}{\partial q_j^2} + \frac{d-1}{q_j} \frac{\partial}{\partial q_j} \right] - \right. \\ \left. - \frac{4Z_1 Z_3 \lambda (q_1^2 + q_2^2)}{\sqrt{(q_1^2 + q_2^2)^2 + 2c_1 R (q_1^2 - q_2^2) + c_1^2 R^2}} - 4E_r (q_1^2 + q_2^2) + \right. \\ \left. + \frac{4Z_2 Z_3 \lambda (q_1^2 + q_2^2)}{\sqrt{(q_1^2 + q_2^2)^2 - 2c_2 R (q_1^2 - q_2^2) + c_2^2 R^2}} \right\} \times \\ \times \Psi_m(q_1^2, q_2^2) = 0, \quad (15)$$

где d – размерность вспомогательного пространства, которая равна

$$d = 2 + 2|m|. \quad (16)$$

В результате замены переменных мы получили модифицированное УШ в d -мерном вспомогательном пространстве R^d . Из (15) и (16) следует, что азимутальное квантовое число m вошло в определение размерности пространства d . Данный прием позволяет определить все интересующие нас характеристики, а именно спектр и волновую функцию, решая модифицированное УШ только для основного состояния в d -мерном вспомогательном пространстве R^d . Волновая функция $\Psi_m(q_1^2, q_2^2)$ основного состояния в R^d зависит только от переменных q_1^2 и q_2^2 . Исходя из модифицированного УШ

$$H\Psi_m(q_1, q_2) = \varepsilon(E_r)\Psi_m(q_1, q_2); \quad (17)$$

согласно (15) получаем, что энергетический спектр в R^d равен нулю:

$$\varepsilon(E_r) = 0. \quad (18)$$

Будем рассматривать это соотношение как условие определения энергетического спектра E_r исходного гамильтониана (11). Следуя методу ОП [10], представим канонические переменные через операторы рождения и уничтожения в пространстве R^d и, упорядочивая по операторам рождения и уничтожения, для гамильтониана получаем

$$H = H_0 + \varepsilon_0(E_r) + H_I. \quad (19)$$

Здесь H_0 – является гамильтонианом двух несвязанных осцилляторов

$$H_0 = \omega_1 (a_j^\dagger(1) a_j(1)) + \omega_2 (a_j^\dagger(2) a_j(2)), \quad (20)$$

а $\varepsilon_0(E_r)$ – энергия основного состояния в нулевом приближении ОП [10], которая имеет вид:

$$\varepsilon_0(E_r) = \frac{d}{4}\omega_1 + \frac{d}{4}\omega_2 - 2\frac{dE_r}{\omega_1} - 2\frac{dE_r}{\omega_2} - 4(\omega_1\omega_2)^{d/2} \times$$

$$\times \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{d\beta_1 d\beta_2}{\Gamma^2(d/2)} \left[\frac{Z_1 Z_3 \lambda (\beta_1 \beta_2)^{d/2-1} (\beta_1 + \beta_2)}{\sqrt{(\beta_1 + \beta_2)^2 + 2c_1 R (\beta_1 - \beta_2) + c_1^2 R^2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{Z_2 Z_3 \lambda (\beta_1 \beta_2)^{d/2-1} (\beta_1 + \beta_2)}{\sqrt{(\beta_1 + \beta_2)^2 - 2c_2 R (\beta_1 - \beta_2) + c_2^2 R^2}} \right] \times$$

$$\times \exp\{-\omega_1 \beta_1 - \omega_2 \beta_2\}. \quad (21)$$

где ω_κ – частота осциллятора. Гамильтониан взаимодействия H_1 также представляется в нормальной форме по оператором рождения и уничтожения, причем он не содержит квадратичных слагаемых по каноническим переменным. Другими словами, все квадратичные формы полностью включены в гамильтониан свободного осциллятора. Данное требование позволяет сформулировать согласно осцилляторному представлению условия [10]

$$\frac{\partial \varepsilon_0(E)}{\partial \omega_1} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_0(E)}{\partial \omega_2} = 0 \quad (22)$$

для нахождения частоты ω_1 и ω_2 несвязанных осцилляторов, которые определяют основной квантовый вклад. Таким образом, учитывая (21), из уравнений (18) и (22) мы можем определить энергию E_r внутренней системы как функцию параметра R .

Определение зависимости термов двух кулоновских центров от R . Приступим к определению зависимости терма двух кулоновских центров от параметра R в нулевом приближении ОП. Учитывая (21), из системы уравнений (18) и (22) определим частоту осциллятора ω_1 и ω_2 , а также энергетический спектр внутренней системы $E_r(R)$ как функцию параметра R . Конечно, в общем случае эти системы аналитически не решаются, поэтому рассмотрим частный случай. Рассмотрим случай, когда $R=0$, тогда из (21) имеем

$$\varepsilon_0(E_r) = \frac{d\omega_1}{4} + \frac{d\omega_2}{4} - \frac{2dE_r}{\omega_1} - \frac{2dE_r}{\omega_2} + 4Z_3 \lambda (Z_1 - Z_2). \quad (23)$$

В этом случае из (22) получаем

$$\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{-8E_r}. \quad (24)$$

Частоты осцилляторов одинаковы. Рассмотрим другой предельный случай, когда $R = \infty$, тогда из (21) имеем:

$$\varepsilon_0(E_r) = \frac{d\omega_1}{4} + \frac{d\omega_2}{4} - \frac{2dE_r}{\omega_1} - \frac{2dE_r}{\omega_2}. \quad (25)$$

Таким образом, в пределах $R=0$ или $R=\infty$ частоты осцилляторов равны, а термы определяются аналитически. Теперь приступим к определению частоты осцилляторов и термов двух кулоновских центров при $0 < R < \infty$. Вводим новые параметры:

$$\omega_+ = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \quad \omega_- = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}, \quad (26)$$

и эти параметры также зависят от R . Согласно (24) при $R=0$ и $R=\infty$ параметр ω_- равен нулю, т.е. параметр определяет дипольный характер взаимодействия. В этих параметрах (26) энергетический спектр модифицированного УШ в нулевом приближении для основного состояния ($m=0$) выражается в следующем виде:

$$\varepsilon_0(E_r) = \omega_+ - \frac{8E_r \omega_+}{\omega_+^2 - \omega_-^2} - 4(\omega_+^2 - \omega_-^2) \times$$

$$\times \int_0^\infty \int_0^\infty d\beta_1 d\beta_2 \exp\{-\omega_+ (\beta_1 + \beta_2) - \omega_- (\beta_1 - \beta_2)\} \times$$

$$\times \left[\frac{Z_1 Z_3 \lambda (\beta_1 + \beta_2)}{\sqrt{(\beta_1 + \beta_2)^2 + 2c_1 R (\beta_1 - \beta_2) + c_1^2 R^2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{Z_2 Z_3 \lambda (\beta_1 + \beta_2)}{\sqrt{(\beta_1 + \beta_2)^2 - 2c_2 R (\beta_1 - \beta_2) + c_2^2 R^2}} \right]. \quad (27)$$

Для дальнейших вычислений проводим замену переменных:

$$\beta_1 = \frac{s+t}{\sqrt{2}}; \quad \beta_2 = \frac{t-s}{\sqrt{2}}; \quad s = xt; \quad \omega = \omega_+; \quad \gamma = \frac{\omega_-}{\omega_+};$$

$$b_j = c_j R; \quad j = 1, 2$$

и после некоторых упрощений из (27) имеем

$$\varepsilon_0(E_r) = \omega - \frac{8E_r}{\omega} \frac{1}{1-\gamma^2} - 2\omega^2(1-\gamma^2) \times$$

$$\times \int_0^\infty dt t^2 \int_{-1}^1 dx \left\{ Z_1 b_1^2 e^{-b_1 t \omega(1+xy)} - Z_2 b_2^2 e^{-b_2 t \omega(1-xy)} \right\} \times$$

$$\times \frac{Z_3 \lambda}{\sqrt{1+2xt+t^2}}. \quad (28)$$

Тогда согласно (18), (22) и (28) термы двух кулоновских центров делятся следующим образом:

$$\varepsilon_0(E_r) = \omega - \frac{8E_r}{\omega} \frac{1}{1-\gamma^2} - 2\omega^2(1-\gamma^2) \times$$

$$\times \int_0^\infty dt t^2 \int_{-1}^1 dx \left\{ Z_1 b_1^2 e^{-bt\omega(1+xy)} - Z_2 b_2^2 e^{-bt\omega(1-xy)} \right\} \times$$

$$\times \frac{Z_3 \lambda}{\sqrt{1+2xt+t^2}}. \quad (29)$$

и, как обычно, частота осциллятора определяется из уравнения

$$\omega - 2Z_1 Z_3 \lambda (1 + \omega c_1 R) e^{-\omega c_1 R} +$$

$$+ 2Z_2 Z_3 \lambda (1 + \omega c_2 R) e^{-\omega c_2 R} = 0. \quad (30)$$

Интеграл в (29) вычисляется численным образом. Однако при $\gamma \ll 1$, проводя разложение по степеням γ , (29) можно вычислить аналитически. В пределе $R \ll 1$ для терма получаем

$$E_r = E_r^{(0)}(R) - \frac{\lambda^2 \omega_0 Z_3^2}{6} (Z_1 c_1 - Z_2 c_2) R, \quad (31)$$

где $\omega_0 = 2\lambda Z_3 (Z_1 - Z_2)$ и $E_r^{(0)}$ – сферическая симметрическая часть

$$E_r^{(0)} = \frac{\omega^2}{8} - \frac{Z_3 \omega \lambda}{8} [Z_1 J_1^{(0)}(R) - Z_2 J_2^{(0)}(R)]. \quad (32)$$

Здесь

$$J_j^{(0)}(R) = 2 \frac{1 - e^{-\omega b_j}}{\omega b_j} - e^{-\omega b_j}; \quad j = 1, 2; \quad (33)$$

$$J_j^{(1)}(R) = 8 \frac{1 - e^{-\omega b_j}}{\omega^2 b_j^2} - 8 \frac{e^{-\omega b_j}}{\omega b_j} - 4e^{-\omega b_j} - \omega b_j e^{-\omega b_j}.$$

Таким образом, вклад последнего слагаемого в (31) при $R=0$ и $R=\infty$ равен нулю, т.е. именно это слагаемое определяет дипольное взаимодействие двух кулоновских систем при данном $0 < R < \infty$.

Обычно в двухэлектронном атоме дипольное взаимодействие является квадратично пропорциональным напряженности внешнего поля. Однако из (29) и (31) видно, что различие масс электрона и адрона (антипротона) в ЭА приводит к дипольному взаимодействию не квадратично пропорциональному, а линейному, как в атоме водорода. Поэтому радиационные переходы в этих ЭА, связанные с дипольным взаимодействием, более интенсивны, чем в аналогичных атомах.

Механизм формирования ЭА легких ядер. Мы предполагаем, что все характеристики данной

системы описываются решением УШ. Если характеристики системы описываются решением УШ, то динамика и свойства системы определяются потенциалом взаимодействия. Поэтому мы изучаем свойство потенциала взаимодействия ЭА.

Полный потенциал взаимодействия между адроном и ядром равен

$$V_{tot}(R) = -\frac{Z_1 Z_2}{R} + E_r(R) + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial R} \right)^2. \quad (34)$$

При дальнейших вычислениях не будем учитывать вклад, связанный с относительным движением частиц. Согласно (23) и (25) вклад дипольного взаимодействия при $R=0$ и $R=\infty$ равен нулю, а при $0 < R < \infty$ по сравнению со сферически-симметричными частями потенциала на порядок меньше, поэтому наш полный потенциал в этом приближении равен

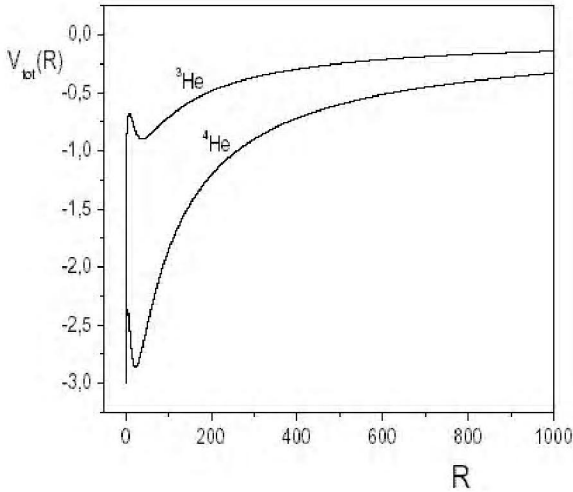
$$V_{tot}(R) = -\frac{Z_1 Z_2}{R} + \frac{\omega^2}{8} - \frac{Z_3 \omega \lambda}{8} \times$$

$$\times \left[Z_1 \left(2 \frac{1 - e^{-\omega c_1 R}}{\omega c_1 R} - e^{-\omega c_1 R} \right) - \right.$$

$$\left. - Z_2 \left(2 \frac{1 - e^{-\omega c_2 R}}{\omega c_2 R} - e^{-\omega c_2 R} \right) \right], \quad (35)$$

а параметр ω определяется из уравнения (30) как функция от R . Наш потенциал, представленный в (35), описывает трехтелную кулоновскую систему, состоящую из двух тяжелых и одной легкой заряженной частицы. В частности, такими системами являются H_2^+ , $(p\bar{p}e^-)$. Потенциал V_{tot} описывает как зарядовую, так и изотопическую структуру трехтельной системы. Изотопические зависимости системы в потенциале учтены через параметры c_1 и c_2 , которые представлены в (7), а зарядовая зависимость учтена через параметры Z_j .

На рис. представлена зависимость полного потенциала (35) между антипротонами и ядром от радиуса R для изотопов гелия. Прежде всего, изучим зарядовую зависимость потенциала V_{tot} . Для этого рассмотрим следующие системы: H_2^+ , $(p\bar{p}e^-)$, которые различаются только знаками заряда антипротона и протона. Для этих систем $c_1=c_2$ и $|Z_1|=|Z_2|$. Для системы $(p\bar{p}e^-)$ добавочные слагаемые полного потенциала (35) взаимно уничтожаются, а также из (30) видно, что частота



Зависимость полного потенциала взаимодействия между антипротоном и ядром гелия в атомкуле

осциллятора равна нулю: $\omega=0$. В этом случае потенциал становится чисто кулоновским, а для системы H_2^+ знаки заряда Z_2 изменяется противоположно, поэтому добавочные слагаемые полного потенциала (35) суммируются, и в этом случае полученный потенциал становится шире, чем чисто кулоновский. Таким образом, мы получаем два потенциала, различающихся между собой шириной потенциальной ямы. Ширина этих потенциалов качественно соответствует ширине потенциала, изображенной на рис. Поэтому ширина потенциальной ямы для системы $(p\bar{p}e^-)$ меньше, чем у аналогичных структур $(p\bar{p}e^-)$, происходит эффект падения в центр [18], и система $(p\bar{p}e^-)$ становится не (устойчивой) долгоживущей.

Теперь перейдем к изучению изотопической структуры потенциала взаимодействия, представленной в (35). Зависимость этого потенциала от радиуса R для изотопов гелия представлена на рис. Из рис. видно, что в результате добавочного потенциала взаимодействия для антипротона появляется ловушка (trap). Когда частицы находятся в ловушке, система, как правило, становится более устойчивой. Потенциал ловушки имеет минимум и максимум, поэтому совокупность спектров связанных состояний является устойчивой, в частности для атомкуле гелия. Также из рис. видно, что с возрастанием массы ядра положение минимума потенциала ловушки понижается, т.е. если масса ядра возрастает бесконечно,

то минимум потенциала также понижается бесконечно. В этом пределе наша экзотическая система становится как атом, для которого низко лежащие энергетические уровни являются более устойчивыми. Обычно низко лежащие уровни атома гелия являются стабильными. Положение минимума потенциала ловушки определяется соотношением массы антипротона и ядра. Теперь оценим, какие энергетические уровни являются устойчивыми. Для этого рассмотрим предельный случай $R \ll 1$. В этом пределе из (35) и (30) имеем

$$E_r(R) = -\frac{\omega_0^2}{8} + \frac{\omega_0\omega_1}{12}R^2 - \frac{\omega_0\omega_2}{16}R^3, \quad (36)$$

где использованы обозначения:

$$\omega_0 = 2Z_3\lambda(Z_1 - Z_2); \quad (37)$$

$$\omega_1 = Z_3\lambda\omega_0^2(Z_1c_1^2 - Z_2c_2^2);$$

$$\omega_2 = \frac{2}{3}Z_3\lambda\omega_0^3(Z_1c_1^3 - Z_2c_2^3).$$

Из (36) определяем значения R , соответствующие минимуму потенциала ловушки:

$$R_0 = \frac{8}{9} \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (38)$$

Определим значение потенциальной энергии, соответствующее минимуму:

$$E_r(R_0) = -\frac{\omega_0^2}{8} + 2\left(\frac{2}{3}\right)^3 \frac{\omega_0\omega_1^3}{\omega_2^3}. \quad (39)$$

Рассмотрим конкретный случай, т.е. изотоп гелия (${}^3\text{He}\bar{p}e^-$). В этом случае из (39) имеем

$$E_r(R_0) = -\frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{7} \left(\frac{14}{15} \right)^4 \right] \frac{4}{3} \frac{m_e}{m_p}. \quad (40)$$

Если уровни энергии в этой системе единиц параметризуем стандартным образом:

$$E = -\frac{1}{2} \frac{1}{n^2}, \quad (41)$$

то для квантового числа n получаем

$$n = \sqrt{\frac{7}{8} \frac{m_p}{m_e}}. \quad (42)$$

Таким образом, только высоко возбужденные состояния могут находиться в ловушке.

Заключение. Полагая, что экзотическая система, состоящая из адрона ($\mu^-, \pi^-, \kappa^-, \dots$), ядра и электронов, которые взаимодействуют между

собой кулоновскими парными силами, образует квантово-механическую систему, определили потенциал взаимодействия между адроном и ядром.

Показали, что трехчастичная структура экзотического состояния приводит к появлению добавочного потенциала взаимодействия между адроном и ядром. Структура добавочного потенциала зависит как от зарядовой, так и от изотопической структур трехтельной системы. Именно асимметрия как в электрических зарядах, так и в массах составляющих частиц обеспечивает долгое время жизни экзотических систем.

На рис. представлена зависимость полного потенциала взаимодействия между антипротоном и ядром гелия в атомкуле. Из рис. видно, что потенциал состоит из двух ям, которые различаются между собой по ширине, а переход от одной ямы к другой происходит через ловушку. Такая структура потенциала совпадает с потенциалом ионкулонной структуры связанного состояния, которая получена в работе [9].

Узкая часть ямы соответствует двухчастичному кулоновскому потенциалу, а широкая часть – трехтельному кулоновскому взаимодействию. Из квантово-механического формализма известно, что энергетический спектр частиц, находящихся в яме равен $E = 1/a^2$, где a – ширина ямы.

Таким образом, если трехчастичную систему, поместить в чисто двухчастичную кулоновскую узкую яму, то энергетический спектр в яме возрастает квадратично, как указано выше, и произойдет эффект падения в центр, т.е. трехтельная система в этой яме становится неустойчивой. Именно такие эффекты происходят в системах, $(p\bar{p}e^-)$, в которой нет добавочного потенциала, поэтому эта система является недолгоживущей.

При уменьшении массы антипротона уровень широкой ямы понижается, а узкая яма исчезает, трехтельная система переходит в обычную устойчивую атомную систему. Если заменить знак заряда антипротона на противоположный в системе $(p\bar{p}e^-)$, то получим обычный ион молекулы водорода H_2^+ . В результате замены знака заряда антипротона полученные добавочные потенциалы слагаются между собой и потенциал становится шире, а система H_2^+ – устойчивой.

Таким образом, потенциал взаимодействия между антипротоном и ядром в атомкуле имеет двойную структуру, т.е. нижняя часть узкая, а

верхняя часть является более широкой. Если массу антипротона уменьшить до массы электрона, то уровень широкой ямы понижается, а узкая часть ямы исчезает. В этом пределе низколежащий энергетический уровень трехтельной системы существует и система становится устойчивой как обычный атом.

В случае экзотической трехтельной системы, если низко лежащие энергетические уровни находятся ниже, чем нужная граница широкой ямы, то эти уровни неустойчивые и система является недолгоживущей, а уровни, находящиеся в верхней части потенциальной ямы, являются долгоживущим, а система устойчивой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Conversi N. et al.* Phys. Rev. **72**. P. 399(1947).
2. *Зельдович Я.Б., Герштейн С.С.* УФН. **71**. С. 5819(1960); *Герштейн С.С., Петров Ю.В., Пономарев Л.И.* УФН. **160**. С. 3(1980); *Меньшиков Л.И.* УФН. **160**, С. 47(1980).
3. Proc. of the Int. Symposium on *Exotic Atoms, Molecules and Muon Catalyzed Fision* (Asona, Switzerland, July, 1998); *Hyp. Int.* **118/119** (1999); Proc. of the Int. Symposium on *Muon Catalyzed Fision Physics of Exotic Atoms and Molecules* (Dubna, 1995); *Hyp. Int.* **101/102**(1996).
4. *Iwasaki M., Nakamura S.N., et al.* Phys. Rev. Lett. **67**, 1246(1991); *Yamazaki T., et al.*, Nature, **361**, 238(1993).
5. *Torii H.A., Hayano R.S., et al.* Phys. Rev. A **59**. 223(1999).
6. *Condo G.T.* Phys. Lett. **9**, 65(1964).
7. *Korobov V.I.* Nucl. Phys. A **689**, 75(2001), and references therein.
8. *Korobov V.I., Shimamura I.* Phys. Rev. A **56**. 4587(1997).
9. *Меньшиков Л.И., Есеев М.К.* УФН. **171**. С. 149(2001).
10. *Dineykhon M., Efimov G.V.* Phys. Part. Nucl. **26**, 275(1995); *Dineykhon M., Efimov G.V., Ganbold G., Nedelko S.N.* Oscillator representation in quantum physics. Lecture Notes in Physics. **m 26**, Springer-Verlag, Berlin, 1995.
11. *Born M., Oppenheimer R.* Ann. d. phys., **Bd84**, 457(1927).
12. *Born M., Fock V.* Zs. phys., **Bd51**, 165(1928).
13. *Komarov I.V., Ponomarev L.I., Slavyanov S.Yu.* Spheroidal and Coulomb Spheroidal Functions (Nauka, Moscow, 1976); *Vinitzki S.I., Ponomarev L.I.* Sov Jour. Part. Nucl. **13**, 557(1982).
14. *Abramowitz M., Stegun.* Handbook of mathematical functions with formulas graphs and mathematical tables, National bureau of Standorts Applied Mathematics. Series, (1964).
15. *Solov'ev E.A.* Usphehi Phys. Nauk, **157**, 437(1989); *Jaffe G., Z. Phys.*, **87**, 535(1934); *Beber W.G., Hasse H.R.*, Proc. Cambr. Philos. Sos., **31**, 564(1935); *Bates D.R., Ledsham K., Stewart A.L.* R. Sos. London, Ser. A **246**, 215(1953).
16. *Fock V.A.* The Principles of Quantum Mechanics (Nauka, Moskow, 1976; Mir, Moskow, 1978).
17. *Fock V.F.* Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. **18**, 161(1954).
18. *Landau L.D., Lifschitz E.M.* Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory, Pergan, Oxford 1977.

