А. С. КИМ

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОДНОГО МАССИВА В ЗОНЕ ТЕКТОНИЧЕСКОГО РАЗЛОМА В УСЛОВИЯХ ПОПЕРЕЧНОГО СДВИГА

Методами преобразований исследована задача о напряженно-деформированном состоянии земной коры в зоне тектонического разлома, расположенного на границе блоков. Исследованы перемещения и концентрация напряжений в зоне разлома.

Разрушение упругопластических материалов сопровождается предварительным развитием пластических деформаций около концентраторов напряжений. Формирование упругопластических областей материала в процессе его деформирования происходит в первую очередь около дефектов структуры типа трещин. Характерный линейный размер областей, где развиваются пластические деформации, может быть соизмерим с размерами исходного дефекта. Для решения такого рода задач используют различные деформационные критерии [1] и соответствующую расчетную $д_к$-модель.

Согласно $д_к$-модели считают, что области предразрушения деформируемого тела можно заменить разрезом, противоположные стороны которого притягиваются с некоторым напряжением, являющимся свойством материала: напряжения ограничены; раскрытие трещины не превосходит некоторой величины – константы материала.

Для породных массивов, находящихся в земной коре в условиях большого сжатия, важным макромеханизмом разрушения является поперечный сдвиг. Однако такой механизм разрушения наименее изучен отечественными и зарубежными исследователями.

Рассмотрим математическую модель тектонического разлома в породном массиве в условиях возникновения и развития узкой зоны пластичности в его окрестности. В приближении обобщенного плоского напряженного состояния поставим начально-краевую задачу о напряженно-деформированном состоянии массива горных пород с зоной пластичности, локализованной вдоль линии разлома на ее продолжении. Исследуем модель Дагдейла в обобщении на случай сдвигающих усилий применительно к зоне тектонического разлома, моделируемого ньютоновской жидкостью большой вязкости [2–4].

Получим соотношения, определяющие разрыв перемещений на разломе для расчетной модели предельно-равновесного состояния в зоне поперечно-сдвигового тектонического разлома, когда максимальные сдвигающие напряжения достигают предела текучести.

Рассмотрим медленные движения и напряженно-деформированное состояние земной коры в зоне тектонического разлома. Предположим, что горизонтальные размеры блока много больше их толщины, а напряжения в подстилающем вязком основании срелаксированы. В приближении обобщенного плоского напряженного состояния блок земной коры моделируем упругой пластиной, а разломную зону – частично полосами пластичности, частично жидкой фазой большой вязкости.

Пусть область, занятая упругим телом, представляет собой всю плоскость, разрезанную вдоль отрезка $|x|<l$, $y = 0$ на оси x.

Будем считать, что на бесконечности действуют сдвигающие усилия q. Соответствующей суперпозицией приведем напряжения на бесконечности к напряжениям на трещине, а рассматриваемую задачу – к следующей краевой:

$$\sigma_x^\infty = \sigma_y^\infty = \tau_{xy}^\infty = 0\,, \qquad (1)$$

$$v^+ - v^- = 0\,, y = 0\,, \infty < x < \infty\,, \qquad (2)$$

$$\tau_{yx} = \eta\frac{\partial a}{\partial t} - q\,, t > 0\,, |x| < l\,, y = 0\,, \qquad (3)$$

$$a = a_0(x)\,, t = 0\,, |x| < l\,, y = 0\,, \qquad (4)$$

$$\tau_{yx}^\pm = \tau_s - q\,, y = 0\,, l < |x| < L\,, \qquad (5)$$

$$a = 0\,, |x| > L\,, \qquad (6)$$

$$a = u(x,+0,t) - u(x,-0,t)\,.$$

Здесь u, v – перемещения, a – разрыв перемещений на разломе, τ_S – напряжение сопротивления сдвигу в зоне предразрушения, h – эффективный коэффициент вязкости на разломе.

Таким образом, благодаря локализации пластических деформаций рассматриваемая упругопластическая задача сведена к плоской задаче теории упругости (1)–(6).

Напряженно-деформированное состояние плоской задачи теории упругости описывается при помощи представлений Колосова–Мусхелишвили [5]:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2[\Phi(z) + \overline{\Phi(z)}]\,, \qquad (7)$$

$$\sigma_v - i\tau_{xy} = \Phi(z) + \Omega(\bar{z}) + (z - \bar{z})\Phi'(z)\,, \qquad (8)$$

$$2\mu(u' + iv') = \kappa\Phi(z) - \Omega(\bar{z}) - (z - \bar{z})\Phi'(z)\,, \qquad (9)$$

где $$\Omega(z) = \bar{\Phi}(z) + z\bar{\Phi}'(z) + \bar{\Psi}(z)\,. \qquad (10)$$

Из формул (7)–(10) с учетом (1)–(6) получим задачу линейного сопряжения для определения функции $\Phi(z)$ по заданному скачку на контуре:

$$\Phi^+(x) - \Phi^-(x) = \frac{2\mu}{\kappa + 1}a'(x,t)\,,\ -L < x < L\,,$$

$$\kappa = \frac{3-\nu}{1-\nu}\,,\ \mu = \frac{E}{2+2\nu}\,. \qquad (11)$$

Здесь n – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга, k – параметр обобщенного плоского напряженного состояния, m – параметр Ламе, $[l,L]$ – область локализации пластической деформации.

Исчезающее на бесконечности решение задачи сопряжения имеет вид [6]

$$\Phi(z) = -\frac{i}{\pi}\frac{2\mu}{\kappa+1}\int_{A_l}\frac{a'(\xi,t)}{\xi - x}d\xi\,,$$

$$A_l = \{x : y = 0, |x| > l\}\,, \qquad (12)$$

$$\sigma_y^\pm - i\tau_{xy}^\pm = \Phi^+(x) - \Phi^-(x)\,. \qquad (13)$$

Из (13) с учетом формулы Сохоцкого–Племеля [5] получим сингулярное интегральное уравнение

$$\frac{i}{\pi}\frac{2\mu}{\kappa+1}\int_{-L}^{L}\frac{a'(\xi,t)}{\xi - x}d\xi = \sigma_y(x,t) - i\tau_{yx}(x,t)\,,$$

$$-L < x < L\,. \qquad (14)$$

С учетом, что при условии (2), (3) $\operatorname{Im} a'(x,t) = 0$ из (14) получим

$$\sigma_y(x,t) = 0\,. \qquad (15)$$

Следовательно,

$$\frac{2\mu}{\kappa+1}\int_{-L}^{L}\frac{a'(\xi,t)}{\xi - x}d\xi = \pi\tau_{yx}(x,t)\,, -L < x < L\,. \qquad (16)$$

На основании формул обращения интеграла типа Коши [6] найдем решение уравнения (16), неограниченное в точках $x = \pm L$:

$$a'(x,t) = \frac{1}{\pi}\frac{\kappa+1}{2\mu}\frac{1}{\sqrt{L^2-x^2}} \times$$

$$\times \left[-\int_{-L}^{L} \frac{\sqrt{L^2-\xi^2}}{\xi - x}\tau_{yx}(\xi,0)d\xi + c_1 \right]. \qquad (17)$$

В выражении (17)

$$c_1 = \frac{2\mu}{\kappa+1}\int_{-L}^{L} a'(\xi,t)d\xi = 0. \qquad (18)$$

Из (17) с учетом (4), (5) и (18) получим

$$a'(x,t) = -\frac{1}{\pi}\frac{\kappa+1}{2\mu}\frac{1}{\sqrt{L^2-x^2}}\left(\int_{-L}^{-l} + \int_{l}^{L} \right) \times$$

$$\times \frac{\sqrt{L^2-\xi^2}}{\xi - x}d\xi - \frac{1}{\pi}\frac{\kappa+1}{2\mu}\frac{1}{\sqrt{L^2-x^2}}\int_{-l}^{l}\frac{\sqrt{L^2-\xi^2}}{\xi - x} \times$$

$$\times \left(\eta\frac{\partial a(\xi,t)}{\partial \xi} - q \right) d\xi, \ |x| < L. \qquad (19)$$

Учитывая, что [5]

$$\int_{-L}^{L} \frac{\sqrt{L^2-\xi^2}\varphi(\xi)}{\xi - x}d\xi = \frac{1}{2}\left[J^{+}(x) + J^{-}(x) \right], \qquad (20)$$

где

$$J(z) = \int_{-L}^{L} \frac{\sqrt{L^2-\xi^2}\varphi(\xi)}{\xi - z}d\xi =$$

$$= \pi\left[\sqrt{z^2 - l^2}\varphi(z) - \sum_n G_n(z) \right],$$

(21)

$G_n(z)$ – главные части функции $\sqrt{z^2-l^2}\varphi(z)$ в ее полюсах.

Учитывая, что функция $\sqrt{l^2-z^2}$ на верхнем и нижнем берегах разреза принимает разные знаки из (21), будем иметь

$$\int_{-L}^{L} \frac{\sqrt{L^2-\xi^2}\varphi(\xi)}{\xi - x}d\xi = -\pi\sum_n G_n(z),$$

$$|x| < L. \qquad (22)$$

Из выражения (19) с учетом (22) получим

$$a'(x,t) = -\frac{\kappa+1}{2\mu}\frac{qx}{\sqrt{L^2-x^2}} - \frac{1}{\pi}\frac{\kappa+1}{2\mu}\frac{\tau_s}{\sqrt{L^2-x^2}} \times$$

$$\times \left(\int_{-L}^{-l} + \int_{l}^{L} \right)\frac{\sqrt{L^2-\xi^2}}{\xi - x}d\xi - \frac{1}{\pi}\frac{\kappa+1}{2\mu}\frac{\eta}{\sqrt{L^2-x^2}} \times$$

$$\times \int_{-l}^{l}\frac{\sqrt{L^2-\xi^2}}{\xi - x}\frac{\partial a(\xi,t)}{\partial t}d\xi, \ |x| < L. \qquad (23)$$

Учитывая, что

$$\left(\int_{-L}^{-l} + \int_{l}^{L} \right)\frac{\sqrt{L^2-\xi^2}}{\xi - x}d\xi = \sqrt{L^2-x^2}\ln \times$$

$$\times \left| \frac{(\delta_0+\delta)(\delta_0-\delta_*)}{(\delta_0-\delta)(\delta_0+\delta_*)} \right| - 4x\left[\frac{\pi}{2} - arctg\delta_0 \right], \qquad (24)$$

из (23) с учетом (24) получим

$$\frac{2\mu}{\kappa+1}a'(x,t) = \left[-\pi q + 2\tau_s(\pi - 2arctg\delta_0) \right] \times$$

$$\times \frac{x}{\pi\sqrt{L^2-x^2}} - \frac{\tau_s}{\pi}\ln\left| \frac{(\delta_0+\delta)(\delta_0-\delta_*)}{(\delta_0-\delta)(\delta_0+\delta_*)} \right| -$$

$$-\frac{1}{\pi}\frac{\eta}{\sqrt{L^2-x^2}}\int_{-l}^{l}\frac{\sqrt{L^2-\xi^2}}{\xi - x}\frac{\partial a(\xi,t)}{\partial t}d\xi,$$

$$|x| < 1. \qquad (25)$$

Проинтегрировав (25) по x от $-L$ до x, получим

$$\frac{2\mu}{\kappa+1}a(x,t) = \left[\pi q - 2\tau_s(\pi - 2arctg\delta_0) \right]\frac{1}{\pi} \times$$

$$\times \frac{1}{\pi}\sqrt{L^2-x^2} - \frac{\tau_s}{\pi}\int_{-L}^{x}\ln\left| \frac{(\delta_0+\delta)(\delta_0-\delta_*)}{(\delta_0-\delta)(\delta_0+\delta_*)} \right| dx -$$

$$-\frac{\eta}{\pi}\int_{-L}^{x}\frac{dx}{\sqrt{L^2-x^2}}\int_{-l}^{l}\frac{\sqrt{L^2-\xi^2}}{\xi - x}\frac{\partial a(\xi,t)}{\partial t}d\xi,$$

$$|x| < L. \qquad (26)$$

Рассмотрим случай, когда время t велико, а скорость взаимной подвижки берегов разлома мала. Пренебрегая величинами порядка $\partial a/\partial t$ в первом приближении, из (26) получим

$$\frac{2\mu}{\kappa+1}a'(x)=\left[\pi q-2\tau_s(\pi-2arctg\delta_0\right]\theta$$

$$\theta\,\frac{x}{\pi\sqrt{L^2-x^2}}-\frac{\tau_s}{\pi}\ln\left|\frac{(\delta_0+\delta)(\delta_0-\delta_*)}{(\delta_0-\delta)(\delta_0+\delta_*)}\right|. \quad (27)$$

Величину L определим из условия плавного смыкания берегов трещины

$$a'(\pm L)=0. \quad (28)$$

Учитывая (25) и (28), получаем

$$\pi q-2\tau_s(\pi-2arctg\delta_0)=0,$$

(29)

откуда

$$L=l/\cos\frac{\pi q}{2\tau_s}. \quad (30)$$

Взаимная подвижка берегов разлома определяется по формуле

$$\frac{2\mu}{\kappa+1}a(x)=\frac{\tau_s}{\pi}\int_{-L}^{x}\ln\left|\frac{(\delta_0-\delta)(\delta_0+\delta_*)}{(\delta_0+\delta)(\delta_0-\delta_*)}\right|dx. \quad (31)$$

Из (31) интегрированием получим

$$\frac{2\mu}{\kappa+1}a(x)=\frac{\tau_s}{\pi}\left[(x-l)\ln\left|\frac{\delta_0-\delta}{\delta_0+\delta}\right|-\right.$$

$$\left.-(x+l)\ln\left|\frac{\delta_0-\delta_*}{\delta_0+\delta_*}\right|\right],|x|<L. \quad (32)$$

При нагружении тела силы взаимодействия между берегами в зоне предразрушения равны ф$_s$. Но это в том случае, если смещение между двумя точками, находящимися на противоположных берегах трещины, не превосходят д$_{Пк}$. Если расстояние между такими точками больше д$_{Пк}$, считаем, что силы взаимодействия равны нулю. Из формулы (32) определим раскрытие трещины в точках $x=\pm l$

$$\frac{2\mu}{\kappa+1}a(l)=-\frac{\tau_s}{\pi}2l\ln\left|\frac{\sqrt{\frac{L+l}{L-l}}-\sqrt{\frac{L-l}{L+l}}}{\sqrt{\frac{L+l}{L-l}}+\sqrt{\frac{L-l}{L+l}}}\right|. \quad (33)$$

Откуда с учетом (28) получим

$$\frac{2\mu}{\kappa+1}a(l)=-\frac{\tau_s}{\pi}2l\ln\cos\frac{\pi q}{2\tau_s}. \quad (34)$$

Из (34) получим формулу для определения критической величины нагрузки q$_*$ через величину критического раскрытия трещины

$$\frac{2\mu}{\kappa+1}\delta_{IIK}=-\frac{\tau_s}{\pi}2l\ln\cos\frac{\pi q_*}{2\tau_s}, \quad (35)$$

откуда

$$q_*=\frac{2\tau_s}{\pi}\arccos\exp\left(-\frac{2\mu}{\kappa+1}\frac{\pi\delta_{IIK}}{2\tau_s l}\right). \quad (36)$$

Расчетная модель предельно-равновесного состояния твердого тела с трещиной поперечного сдвига представляет собой упругое тело со свойствами: максимальные сдвигающие напряжения, возникающие в таком теле, не превосходят величины ф$_s$, которая в случае отсутствия упрочнения совпадает с пределом текучести при сдвиге материала. Если сдвигающие напряжения не достигают напряжения ф$_s$, то зависимость между напряжениями и деформациями выражается законом Гука; если максимальные сдвигающие напряжения, вычисленные на основе линейной теории упругости, достигают величины ф$_s$, то в теле образуется зона предразрушения – трещина ослабленных связей, противоположные берега которой сопротивляются сдвигу с напряжениями ф$_s$, если относительный сдвиг в зоне предразрушения ее тупиковой части не превышает величины д$_{Пк}$; если относительный сдвиг в области зоны предразрушения больше д$_{Пк}$, то эта область переходит в разрушенную – разломную зону, которая моделируется трещиной с вязким контактом берегов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dugdale D.S.* Yielding of steel sheets containing slits // J. Mech. and Phys. Solids, 1960. V. 8, N 2. P. 100-108.

2. *Ержанов Ж.С., Ким А.С.* О локализации напряжений в окрестности разлома в предварительно напряженном полупространстве // Известия АН КазССР. Сер. физ.-мат. 1987. № 1. С. 76-81.

3. *Ким А.С.* Эволюция напряженно-деформированного состояния в зоне барьера на границе литосферных плит / / VIII Всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике. М., 1991. С. 187.

4. *Kim A.S.* Evolution of the stress-strain state in the tectonic fracture zone of the damping section // Материалы международной конференции “Вклад корейцев в науку и тех-

нику Казахстана". Алматы, 1997. С. 261-265.

5. *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.

6. *Гахов Ф.Д.* Краевые задачи. М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1963. 639 с.

Резюме

Блок шекарасында орналасқан жер қабатының терең жарықша аймағындағы кернеулік деформациялық күйі түрлендіру әдісімен зерттелген. Жарықшақ аймағында орын ауыстыру мен кернеу шоғырлануы зерттелген.

Summary

By methods of transformations it was investigated a problem of stress-strain earth's crust in a zone of the depth break located on boundary of blocks. It was investigated a displacement and concentration of stresses in the break zone.

Институт механики и машиноведения
им. У. А. Джолдасбекова,
г. Алматы

Поступила 12.10.06г.

УДК 517.977.56