УДК 532.526

А. П. МАКАШЕВА

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ТРЕХМЕРНЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СТРУЙ, ВЫТЕКАЮЩИХ ИЗ СОПЕЛ С НЕДОРАСШИРЕНИЕМ

Проведены численные исследования особенностей течения сверхзвуковых нерасчетных турбулентных струй, распространяющихся в спутном сверхзвуковом потоке с частично ограниченной областью или в свободном дозвуковом потоке. Использованы параболизованные уравнения Навье–Стокса. Выявлены особенности пространственного течения в зависимости от степени нерасчетности, чисел Маха струи и потока.

Одной из важных прикладных проблем является задача расчета сверхзвуковых турбулентных струй в спутном потоке с дозвуковыми областями, к числу которых относятся истечение сверхзвуковой струи в сверхзвуковой поток с частично ограниченной областью или в дозвуковой спутный поток. Основной трудностью при моделировании таких типов течений, помимо ламинарно-турбулентного перехода, является наличие взаимодействия скачков уплотнения, волн Маха с пограничным слоем, а также наличие зон отрыва [1, 2]. В связи с этим достаточно трудно описать указанные процессы на основе единого численного алгоритма, без привлечения различных упрощающих предположений [1]. При этом в сверхзвуковых областях исходные системы уравнений имеют гиперболо-параболический тип, в дозвуковых областях из-за продольного градиента давления в системе уравнений имеется элемент эллиптичности и для обеспечения гиперболо-параболичности системы необходимы некоторые регуляризации. Эти проблемы ограничивают возможность эффективного использования методов численного анализа.

В данной статье рассматривается истечение системы трехмерных сверхзвуковых струй в спутный сверхзвуковой поток с частично ограниченной областью и в спутный дозвуковой поток.

Постановка задачи. Из системы круглых сопел одинакового размера вытекают сверхзвуковые турбулентные струи со скоростью u_0 в спутный сверхзвуковой поток с частично ограниченной областью, т.е. стенкой при $y = 0$ и $y = 2L$ (рис. 1, а), или в свободный спутный дозвуковой поток (рис. 1, б), движущийся со скорос-

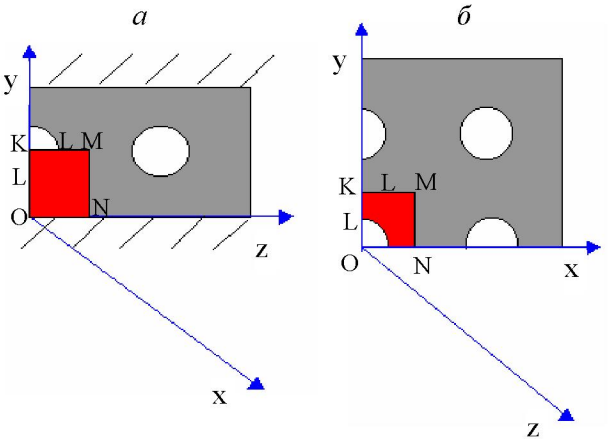

Рис. 1. Схема течения

тью u_Θ. Сопла расположены с некоторым постоянным интервалом. Вследствие симметричности расположения сопел относительно оси y и z рассматриваются процессы взаимодействия потоков в заштрихованном прямоугольнике – $OKMN$(W).

Система осредненных параболизованных уравнений Навье–Стокса относительно декартовых координат в консервативной форме представляется в виде

$$\frac{\partial \overset{\rho}{E}}{\partial x}+\frac{\partial\left(\overset{\rho}{F}-\overset{\rho}{F_v}\right)}{\partial y}+\frac{\partial\left(\overset{\rho}{G}-\overset{\rho}{G_v}\right)}{\partial z}=0, \quad (1)$$

$$\overset{\rho}{E}=\begin{pmatrix}\rho u\\ \rho u^2+p\\ \rho uv\\ \rho uw\\ (E_t+p)u\end{pmatrix},\ \overset{\rho}{F}=\begin{pmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^2+p\\ \rho vw\\ (E_t+p)v\end{pmatrix},\ \overset{\rho}{G}=\begin{pmatrix}\rho w\\ \rho uw\\ \rho vw\\ \rho w^2+p\\ (E_t+p)w\end{pmatrix},$$

$$\overset{\rho}{F_v}=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(0,\ \mu\ \frac{\partial u}{\partial y},\ \frac{4}{3}\mu\ \frac{\partial v}{\partial y},\ \mu\ \frac{\partial w}{\partial y},\ u\mu\ \frac{\partial u}{\partial y}+\right.$$

$$\left.+\frac{4}{3}v\mu\ \frac{\partial v}{\partial y}+w\mu\ \frac{\partial w}{\partial y}+\frac{k}{(\gamma-1)M_a^2\,\mathrm{Pr}}\frac{\partial T}{\partial y}\right)^T,$$

$$\overset{\rho}{G_v}=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(0,\ \mu\ \frac{\partial u}{\partial z},\ \mu\ \frac{\partial v}{\partial z},\ \frac{4}{3}\mu\ \frac{\partial w}{\partial z},\ u\mu\ \frac{\partial u}{\partial z}+\right.$$

$$\left.+v\mu\ \frac{\partial v}{\partial z}+\frac{4}{3}w\mu\ \frac{\partial w}{\partial z}+\frac{k}{(\gamma-1)M_a^2\,\mathrm{Pr}}\frac{\partial T}{\partial z}\right)^T,$$

$$p=(\gamma-1)\left[E_t-\frac{1}{2}\left(\rho u^2+\rho v^2+\rho w^2\right)\right],$$

$$c_v=\frac{1}{\gamma(\gamma-1)M_a^2},$$

$$T=\left(\frac{1}{\rho c_v}\right)\left[E_t-\frac{1}{2}\left(\rho u^2+\rho v^2+\rho w^2\right)\right],$$

$$\mu=\mu_l+\mu_t.$$

Система (1) записана в безразмерной форме в общепринятых обозначениях. В качестве определяющих параметров приняты параметры на срезе сопла (u_0, ρ_0, T_0), а характерным размером – радиус среза сопла r. Давление и полная энергия отнесены к значению $\rho_0 u_0^2$.

Здесь $\gamma = c_p / c_v$ – отношение удельных теплоемкостей, c_p, c_v – теплоемкость при постоянном давлении и объеме, m_t – коэффициент турбулентной вязкости, M_a – число Маха струи, Pr – число Прандтля, m_l – коэффициент молекулярной вязкости, которая рассчитывается по формуле Сазерленда:

$$\mu_l=T^{3/2}\left(\frac{1+S_1}{T+S_1}\right),$$

где $S_1 = 110\ K/T_0$.

Предполагается, что газ совершенный с показателем адиабаты g = 1,4.

Система (1) замкнута с помощью алгебраической модели турбулентности Болдуина–Ломакса [3].

Соответствующие начальные и граничные условия имеют вид:

в начальном сечении, при $x = 0$:

в струе $u = 1$, $T = 1$, $r = 1$, $u = w = 0$;

в потоке $T = 1$, $u=\dfrac{M_a}{M_\infty}\sqrt{T}$, $p=\dfrac{1}{\gamma n M_a^2}$, $u = w = 0$;

при $x > 0$ задавались условия симметрии:

$$\upsilon=0,\quad \frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial w}{\partial y}=\frac{\partial p}{\partial y}=\frac{\partial T}{\partial y}=0 \text{ при } y=0, L,$$

$$w=0,\quad \frac{\partial u}{\partial z}=\frac{\partial \upsilon}{\partial z}=\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial T}{\partial z}=0 \text{ при } z=0, L.$$

Задача решалась численно методом, пред-

ставленным в работе [4].

Расчеты проведены при характерных параметрах: g = 1,4, Pr = 0,71, $1 \le M_a \le 3$, $0{,}05 \le M_\infty \le 5$, $1 \le n \le 10$. Использована сетка, содержащая в поперечных направлениях 101x101 узлов, с шагами Dy = Dz = 0,05, шаг по маршевой координате варьировался в пределах Dx = 0,0035–0,015.

Результаты расчетов течения, схема которого указана на рис. 1, а, приведены для истечения системы струй, расположенных симметрично вдоль оси z в спутный поток.

С целью выявления особенностей недорасширенных струй исследовано влияние параметров нерасчетности на картину течения. На рис. 2, А (а–д) ($M_a = 1{,}5$, $M_\infty = 2$, n = 4, $T_0 = T_\infty = 1$) показана пространственная картина поля давления в сечениях струи x = 4,54, 13,7, 41, 77,5. Видно, что по мере распространения струи вниз по потоку от начального участка в спутный поток с более низким давлением начинает распространяться ударная волна (рис. 2, А, а). Эта волна, достигая, с одной стороны, пограничного слоя, с другой – границы компоновки, отражается (рис. 2, А, б) и распространяется в обратном направлении. При этом отражение от пограничного слоя опережает отражение от оси симметрии струи (рис. 2, А, в). Таким образом, первоначально осесимметричная ударная волна после отражения от исходных границ приобретает существенно трехмерный характер. Далее, вследствие интенсивных диссипативных процессов, обусловленных вязкими и ударно-волновыми процессами, возмущение давления вниз по потоку ослабевает (рис. 2, А, г–д).

Увеличение чисел Маха спутного потока (рис. 2, Б, $M_a = 1{,}5$, $M_\infty = 5$) и струи (рис. 2, В,

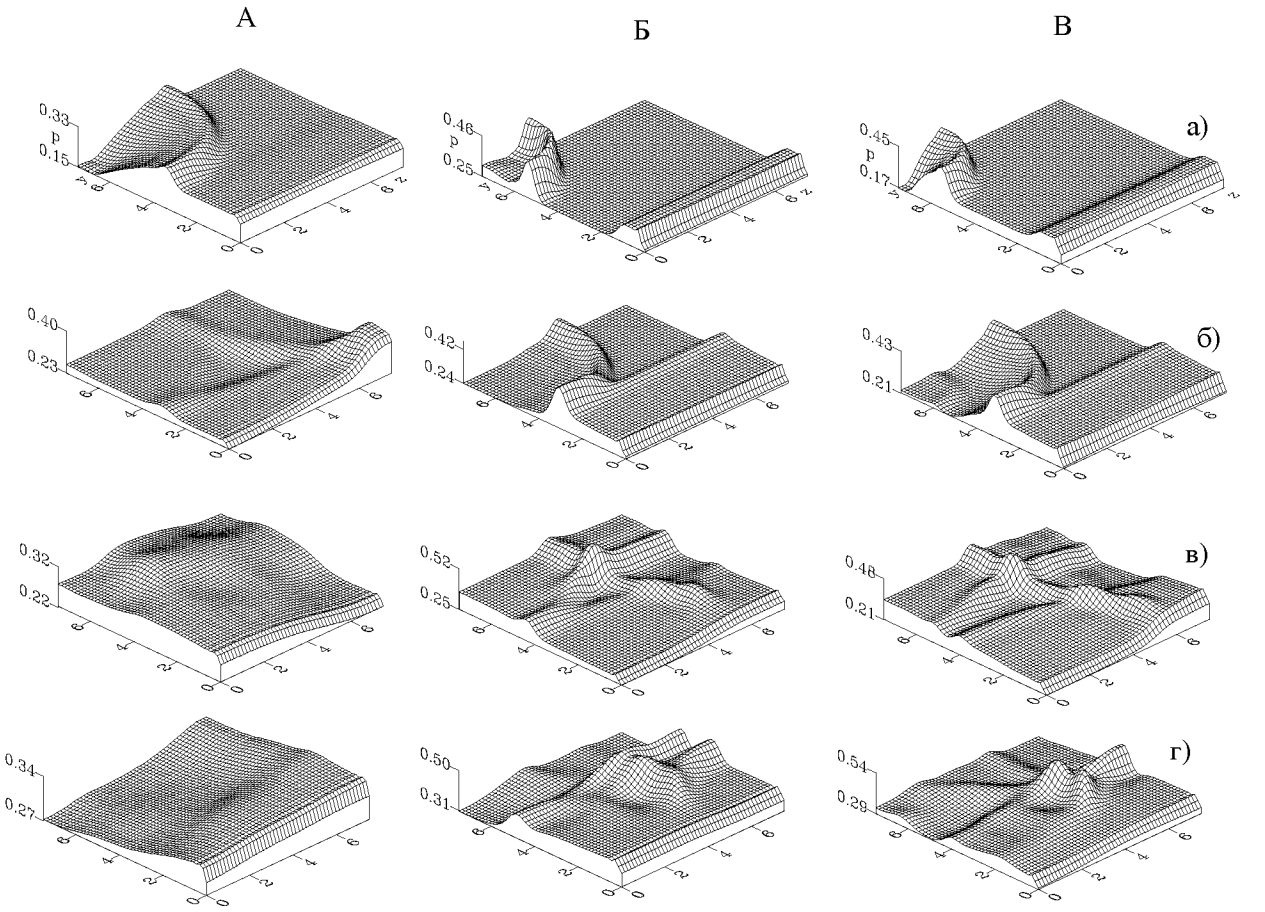

Рис. 2. А – M_a =1,5, $M_\infty = 2$; Б – M_a =1,5, $M_\infty = 5$; В – M_a = 3, $M_\infty = 5$ при n = 4, $T_0 = T_\infty = 1$ в сечениях: а – x = 4,54, б – 13,7, в – 41, г – 77,5