М. ДИНЕЙХАН, Р. Б. РАБАТОВА, З. М. БЕКТАСОВА

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ФОРМФАКТОРА ДЛЯ ОРБИТАЛЬНОГО И РАДИАЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Определены масса и констутиэнтная масса составляющих частиц с учетом непертурбативных и непотенциалных характер взаимодействия. Предложена схема учета сильного взаимодействия и определен разность энергетического спектра $2S$ и $2P$ состояния. Объяснено механизм распада π-атома. Предложен рецепт вычисления радиального формфактора АА от состояния (n_1,λ_1,m_1) к состоянию (n_2,λ_2,m_2). Полученные результаты как массового спектра связанного состояния так как разность энергетического спектра $2S$ и $2P$ состояния, аналитические значение переходного формфактора удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными и результатами теоретических работ.

Введение. В настоящее время в крупных научных центрах Европы, Америки , Канады, России и Японии интенсивно ведутся экспериментальные исследования по изучению свойств и механизма формирования экзотических атомов (ЭА). Существуют международные совместные научные проекты: DIRAC [1], TRIUMF [2], LAMPF [3], OMICRON [4], BNL [5] и другие. По многим прогнозом именно вещества содержащий в составе экзотического адронного атома, возможно, является новой элементной базой для создания новых материалов, совершенно другими характеристиками как электрическими, химическими, так и механическими свойствами.

С другой стороны, по многим прогнозам именно создание новых материалов с заданными свойствами является одним из доминирующих направлений исследовательских работ в XXI веке, подобно тому, как создания атомной электростанции, изобретены транзисторы, лазеры и др. в XX веке. Поэтому исследование экзотического атома, состоящего из адронов, которые образовались в сложных открытых системах, такие как молекулярные среда представляют большой интерес как с фундаментальной точки зрения, так и с точки зрения для создания новых материалов с заданными свойствами. Настоящий момент экспериментально [1] более или менее определены основные характеристики π-атома, который состоящего из π^- и π^+ мезонов. Однако, π-атома распадается не на π^- и π^+ мезона, а на две π^0 мезонов, у которых механизм распада невозможно объяснить в рамках квантово- механического подхода. Поэтому исследование закономерности и механизма образования, экзотических адронных атомов в сложных открытых системах открывает возможность понимать свойства и механизм формирования экзотических атомов и дает ценную информацию о механизме взаимодействия адронов при сверхнизких энергиях. Механизм распада экзотических адронных атомов не возможно обьяснить в рамках стандартного квантово- механического подхода, т.е. для объяснения свойства экзотического атома необходимо учет непотенциального и непертурбативного характеров взаимодействия.

В данное время отсутствует общепринятый рецепт учета непертурбативного характера взаимодействия в рамках феноменологической потенциальной модели взаимодействия. С другой стороны, всем известно, что проблемы сильной связи, т.е. описание свойств связанных состояний с большой константой взаимодействия являются (чисто) релятивистским эффектом и возможно решаются только в рамках квантовой теории поля (КТП). В релятивистской КТП основные характеристики связанного состояния обычно определяются из положений полюса амплитуды перехода с соответствующими квантовыми числами. Именно этот полюс содержит непертурбативный характер взаимодействия, который вызван большой константой связи. При учете релятивистского характера взаимодействия в рамках стандартной КТП обычно сталкиваются с решением интегрального уравнения с произвольным ядром, в частности, с уравнением Бете-Солпитера. Конечно, найти решения такого уравнения очень сложно.

В работе [6], используя представления Фока-Фейнмана-Швингера, был предложен один из уникальных методов учета непертурбативного характера взаимодействия при описании свойств релятивистского связанного состояния. В дальнейшем этот метод был усовершенствован [6, 7] и успешно применен [8] для описания массового спектра адронов и глюболов. Ключевым моментом данного подхода является представление функций поляризационной петли в виде функционального интеграла, и тем, самым основной задачей является вычисление этого интеграла. Конечно, функциональный интеграл в общем виде не вычисляется, поэтому его можно вычислить только исходя из некоторых физических предположений. В работе[9] предложен один из альтернативных вариантов вычисления функционального интеграла и определены масса и конституэнтная масса глюболов и мезонов состоящего из легко-легких и легко- тяжелых кварков.

2. Определение массового спектра релятивистского связанного состояния.

2.1. Методы определение масс связанного состояния. Рассмотрим связанное состояние из двух заряженных скалярных частиц. Определим массу связанного состояния двух скалярных частиц по асимптотическому поведению поляризационной петли для скалярных частиц во внешнем электромагнитном поле. Поляризационный оператор во внешнем поле записывается в следующем виде

$$\Pi(x-y) \quad < G(x,y|A)G^*(y,x|A) >_A . \qquad (2.1)$$

Здесь проводится усреднение по электромагнитному полю $A_\alpha(x)$. Функция Грина $G(x,y|A)$ для скалярной частицы во внешнем поле определяется уравнением:

$$\left[\left(i\frac{\partial}{\partial x_\alpha}+\frac{e}{c\hbar}A_\alpha(x)\right)^2+\frac{c^2m^2}{\hbar^2}\right]G(x,y|A) = \delta(x-y), \qquad (2.2)$$

где m – масса скалярной частицы, а e – заряд. Пропагатор электромагнитного поля имеет вид:

$$D_{\alpha\beta}(x-y)=\left\langle A_\alpha(x)A_\beta(y)\right\rangle_A . \qquad (2.3)$$

Масса связанного состояния определяется в следующем виде:

$$M=-\lim_{|x-y|\to\infty}\frac{\ln(\Pi(x-y))}{|x-y|}. \qquad (2.4)$$

Решение уравнения (2.2) представляется в виде функционального интеграла [10]

$$G(x,y|A)=\int_0^\infty \frac{ds}{(4\pi s)^2}\exp\left\{-sm^2-\frac{(x-y)^2}{4s}\right\}\times$$

$$\times\int d\sigma_\beta \exp\left\{ie\int_0^1 d\xi \frac{\partial Z_\alpha(\xi)}{\partial\xi}A_\alpha(\xi)\right\}, \quad (2.5)$$

где введены обозначения

$$Z_\alpha(\xi)=(x-y)_\alpha\xi+y_\alpha-2\sqrt{s}B_\alpha(\xi); \quad (2.6)$$

$$d\sigma_\beta=N\delta B\exp\left\{-\frac{1}{2}\int_0^1 d\xi B^2(\xi)\right\}, \quad (2.7)$$

с нормировкой

$$B_\alpha(0)=B_\alpha(1)\quad 0; \qquad =\int d\sigma_\beta \quad 1.$$

Подставляя (2.5) в (2.1) и проводя усреднение по полю $A_\alpha(x)$, имеем (детали вычисления см. в работе [10])

$$\Pi(x)=\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{d\mu_1 d\mu_2}{(8x\pi^2)^2}\times \quad (2.8)$$

$$\times\exp\left\{-\frac{|x|}{2}\left(\mu_1+\frac{m_1^2}{\mu_1}\right)-\frac{|x|}{2}\left(\mu_2+\frac{m_2^2}{\mu_2}\right)\right\}J(\mu_1,\mu_2).$$

Здесь

$$J(\mu_1\mu_2)=N_1N_2\int\int\delta\vec{r}_1\delta\vec{r}_2\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\int_0^x d\tau\left(\mu_1\dot{\vec{r}}_1^2(\tau)+\mu_2\dot{\vec{r}}_2^2(\tau)\right)\right\}\times$$

$$\times\exp\left\{-W_{1,1}+2W_{1,2}-W_{2,2}\right\} \quad (2.9)$$

и использовано обозначение

$$W_{i,j}=(-1)^{i+j}\frac{e^2}{2}\int_0^\infty\int_0^\infty d\tau_1 d\tau_2\dot{Z}_\alpha^{(i)}(\tau_1)D_{\alpha\beta}(Z^{(i)}(\tau_1)-$$

$$-Z^{(j)}(\tau_2))\dot{Z}_\beta^{(j)}(\tau_2). \quad (2.10)$$

Функциональный интеграл в (2.9) похож на фейнмановский интеграл по траекториям в нерелятивистской квантовой механике [11] для движения двух частиц с массами μ_1 и μ_2. При этом взаимодействия между этими частицами описывается нелокальным функционалом (2.10), в котором содержатся как потенциальное, так и непотенциальное взаимодействия. Учитывая (2.8) и (2.9), в пределе $|x-y|\to\infty$ из (2.4) для массы связанного состояния получаем (подробно см. в [12]):

$$M=\sqrt{m_1^2-2\mu^2E'(\mu)}+\sqrt{m_2^2-2\mu^2E'(\mu)}+$$

$$+\mu E'(\mu)+E(\mu), \quad (2.11)$$

где параметр μ определяется из уравнения:

$$\frac{1}{\mu}=\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{m_1^2-2\mu^2E'(\mu)}}=+\frac{1}{\sqrt{m_2^2-2\mu^2E'(\mu)}}. \quad (2.12)$$

Здесь $E'(\mu)=\partial E(\mu)/\partial\mu$, а $E(\mu)$ определяется как:

$$\lim_{|x|\to\infty}J(\mu_1,\mu_2)=\exp\left\{-xE(\mu_1,\mu_2)\right\}. \quad (2.13)$$

Данной работе будем изучать свойства и механизм формирования π-атома и $k\pi$-атома.

2.2 Определение массового спектра π-атома и $k\pi$-атома. Проблемой определения массы π-атома занимаются пять всемирных научно-исследовательских институтов. Исследования проводятся с помощью четырех реакций, данные из которых выявили следующее результаты:

TRIUMF [2] для

$$\pi^-p\to\pi^-\pi^+n \quad M_{\pi\pi}=(2.34\pm0.26)m_\pi$$

OMICRON [4] для

$$\pi^-p\to\pi^-\pi^+n \quad M_{\pi\pi}=(2.37\pm0.29)m_\pi$$

BNL [5] для

$$\pi^-p\to\pi^0\pi^0n \quad M_{\pi\pi}=(2.20\pm0.18)m_\pi \quad (2.14)$$

LAMPF [3] для

$$\pi^+p\to\pi^+\pi^0p \quad M_{\pi\pi}=(2.26\pm0.17)m_\pi$$

В (2.14) мы привели рассчитанные реакции для π-атома и названия проектов институтов, которые проводили исследовательскую работу. Из полученных результатов масса π-атома достоверно еще не определена. Но исследования доказывают, что масса π-атома больше, чем сумма массы π^+ и π^- мезонов.

В нашем подходе, возможно, определение конституэнтной массы составляющих частиц в связанном состоянии. Согласно (2.11) для того, чтобы определить масс спектра АА мы должны определить энергетический спектр $E(\mu)$ из УШ:

$$\left\{\frac{1}{2\mu}\hat{p}^2-\frac{\alpha}{r}-V(0)\right\}\Psi(\vec{r})=E\Psi(\vec{r}). \quad (2.15)$$

Прежде всего, учитываем только кулоновское взаимодействие, а V(0) – вклад диаграммы собственной энергии составляющих, который определяется через $W_{1,1}$ и $W_{2,2}$ соответственно. Детали определения вклада соответственной диаграммы изложены в работе [12]:

$$V(0)=\frac{\sigma}{2}\cdot\left(\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}\right), \quad (2.16)$$

где μ_1 и μ_2 конституэнтные массы π-мезона, а σ – некоторая константа с размерностью [m^2]. Из (2.15) определяем энергетический спектр, в рамках ОП [13]:

$$E=-\frac{\alpha^2\mu}{2n^2}+\frac{\sigma}{2\mu}. \quad (2.17)$$

Учитывая (2.17) после некоторых упрощений из (2.12) для конституэнтной массы π-мезона имеем:

$$\mu_\pi=\mu_1\equiv\mu_2=\frac{2\sqrt{m_\pi^2+\sigma}}{\sqrt{4-\alpha^2/n^2}}=\frac{2m_\pi\sqrt{1+\sigma/m_\pi^2}}{\sqrt{4-\alpha^2/n^2}}, \quad (2.18)$$

т.е. конституэнтная масса π-мезона является больше, чем масса π-мезона в свободном состоянии. В этом случае из (2.11) для массы π-атома получаем.

$$M_\pi=2\sqrt{(m_\pi^2+\sigma)(1-\alpha^2/4n^2)}=$$

$$=2m_\pi\sqrt{(1+\sigma/m_\pi^2)\left(1-\alpha^2/4n^2\right)}. \quad (2.19)$$

Конституэнтная масса π-мезона оказалось больше, чем масса свободного состояния. Также учтено вклад непотенциального взаимодействия, который связанный с диаграммой собственной энергии адронов в АА. Наши аналитические результаты для массового спектра АА показали, что учет вклада непотенциального взаимодействия приводит к увеличению массы связанного состояния. Для численных вычислении используем следующие значение массы π^+ и κ^--мезонов:

$$m_{\pi^\pm}=0.13957018GeV; \qquad m_k=0.493677GeV.$$

Из (2.18) и (2.19) при значении σ = 0,006 GeV^2 параметра перенормировок для конституэнтной массы π^+ - мезона и масс π-атома имеем:

$$\mu_{\pi^\pm}=1.144\,m_\pi \;\; M_\pi=2{,}29m_\pi$$

и для $\mu_\pi=0.572m_\pi$.

Наши численные результаты удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными полученные из эксперимента DIRAC [1].

Теперь приступим к определению массы и конституэнтной массы (Kπ) атома. После аналогичных вычислений для конституэнтной массы имеем:

$$\mu_\pi=\sqrt{m_\pi^2+\mu^2\frac{\alpha^2}{n^2}+\sigma};$$

$$\mu_K=\sqrt{m_K^2+\mu^2\frac{\alpha^2}{n^2}+\sigma}. \quad (2.20)$$

После некоторых упрощений из (2.11) для массы Kπ-атомы получаем:

$$M_{\kappa\pi}=\mu_\pi+\mu_K-\frac{\alpha^2}{n^2}\mu. \quad (2.21)$$

При этом μ – определяется из уравнений:

$$\frac{1}{\mu}-\frac{1}{\mu_\pi}-\frac{1}{\mu_K}=0. \quad (2.22)$$

Учитывая (2.20) и (2.22), из (2.21), определяем массовый спектр Kπ-атома в численным образом.

Также из (2.20) и (2.21) определен параметр μ из уравнений (2.22) при значении параметра перенормировок σ = 0,006 GeV^2 для конституэнтной масс π и κ мезон и для масс (Kp) атома получаем:

$$\mu=0.12098\,GeV; \quad \mu_\pi=0.159624\,GeV;$$

$$\mu_\kappa=0.499687GeV; \; M_{\kappa\pi}=0.659304554GeV.$$

Конституэнтная масса составляющих частиц как π-атома, так и Kπ-атома возрастает. А польная масса получилось больше чем суммарная масса мезонов в свободном состоянии и это согласуется экспериментам.

2.3. Определение энергетического спектра АА с учетам вклада сильного взаимодействия. Мы определили массу АА без учета сильного взаимодействия. Радиус Бора АА сравнительна, велика, поэтому, вклад сильного взаимодействия рассмотрим как малое возмущение. Потенциал сильного взаимодействия определен в работе [14]:

$$V_S(r) = \frac{g}{r} e^{-rm_\rho}, \qquad (2.23)$$

где g ≈ 3 константа сильного взаимодействия, а $m_\rho = 3.8 \quad fm^{-1}$ масса ρ-мезона. Соответствующее УШ записывается в следующем виде:

$$\left\{ \frac{1}{2\mu} \vec{P}^2 - \frac{\alpha}{r} + V(0) + \frac{g}{r} \cdot e^{-rm_\rho} \right\} \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}). \qquad (2.24)$$

Используя метод ОП из (2.24) определям энергетический спектр орбитальным и радиальным возбуждением. В ОП волновая функция с радиальным возбуждением определяется в следующим виде:

$$|n_r\rangle = C_{n_r} \left(a^+ a^+\right)^{n_r} |0\rangle, \qquad (2.25)$$

где C_{n_r} -нормировочная константа, которая равна:

$$C_{n_r} = \left[\frac{\Gamma(d/2)}{4^{n_r} n_r! \Gamma(d/2 + n_r)} \right]^{1/2},$$

$$n = 1 + \lambda + n_r, \qquad (2.26)$$

а энергический спектр в R^d определяется следующим образом:

$$\varepsilon_{n_r}(E) = \langle n_r | H | n_r \rangle = \varepsilon_0(E) + 2n_r\omega + \langle n_r | H_I | n_r \rangle, \qquad (2.27)$$

где $\varepsilon_0(E)$-энергетический спектр в R^d нулевом приближений ОП.

$$\varepsilon_0(E) = \frac{d\omega}{4} - \frac{4\mu E d}{2\omega} - 4\alpha\mu + \frac{4\mu\, g}{\left(1 + m_\rho/\omega\right)^{d/2}}, \qquad (2.28)$$

а гамильтониан взаимодействия записывается в нормальной форме:

$$\mathrm{H}_I = 4\mu g \int \left(\frac{d\eta}{\sqrt{\pi}} \right)^d \times$$

$$\times \exp\{-\eta^2 (1 + m_\rho/\omega)\} : e^{-2i(q\eta)\sqrt{m_\rho}} :, \qquad (2.29)$$

и d размерность вспомогательного пространства $d = 4 + 4\lambda$.

В методе ОП энергетический спектр и частота осциллятора определяется из системы уравнения (детали см. в [13]):

$$\begin{cases} \varepsilon(E) = 0 \\ \dfrac{\partial \varepsilon_0(E)}{\partial \omega} = 0 \end{cases} \qquad (2.30)$$

Для состояний только с орбитальным возбуждением частота осциллятора равен:

$$\omega = \frac{2\alpha\mu}{1+\lambda} + 4\mu g^2_{\rho\pi\pi} \times$$

$$\times (2\alpha\mu)^{2+2\lambda} \frac{2\alpha\mu + (1+\lambda)(3+2\lambda)m_\rho}{\left[2\alpha\mu + m_\rho(1+\lambda)\right]^{3+2\lambda}}, \qquad (2.31)$$

а для состояний с орбитальным и радиальным возбуждением определяются аналитический образом. Таким образом, мы можем аналитический определит энергетический спектр с орбитальным и радиальным возбуждением. В данной работе мы определили разность энергетического уровня $2S$ и 2P состоянии для π-атома:

$$\Delta E = E_{2s} - E_{2p} =$$

$$= \frac{g m_\rho}{2} \left[1 - \frac{m_\rho}{\mu\alpha} - \left(\frac{m_\rho}{\mu\alpha} \right)^2 \right] \frac{1}{\left[1 + \dfrac{m_\rho}{\mu\alpha} \right]^5}. \qquad (2.32)$$

Экспериментально определенно разности энергетического уровня [15]:

$$\Delta \mathrm{E}_{\exp} = \mathrm{E}_{2s} - \mathrm{E}_{2P} = -0.56 \text{ eV}. \qquad (2.33)$$

Именно этот разность определяют вероятности распада π-атома на два π^0 - мезонов.

Наши результаты показывают, что именно учет вклада сильного взаимодействия определяет ΔE. Таким образом, распад $\pi\pi$ атома осуществляются благодаря сильному взаимодействию. При значение параметров представленный в (2.23) наш теоретический результаты оказались:

$$\Delta E_{теор} = -0.53 \text{ eV}.$$

Наши результаты для разности энергии $2S$ и $2P$ состоянии, удовлетворительна согласуется экспериментальными результатами других авторов и теоретические работы.

3. Определение переходного формфактора адронного атома в рамках метода осцилляторного представления.

3. 1. Определение сечения взаимодействия адронного атома с веществом. Возможно, два варианта взаимодействия АА с веществом, образованный в среде: упругое и неупругое, т.е. взаимодействия АА с веществом мы будем рассматривать как рассеяние. АА атом образованный веществе двигается конечными скоростями, и взаимодействует с атомами среды. Тогда, каждое взаимодействие будем рассматривать рассеяние АА на атоме мишени. Обычно сечение рассеяния делится на упругое и неупругое. В взаимодействии АА с веществом основное взаимодействие упругое, вклад неупругого взаимодействие не велик. Сечения рассеяние определим в Борновском приближений. Пусть образованный адронный атом в материальном среде двигается и при этом взаимодействует атомом мешен окружающей среды. Это взаимодействие в основном определяется кулоновским взаимодействием. Для определение взаимодействие адронного атома с атомами среды, в Борновском приближении, учитывают только одно – фотонное обменное взаимодействие. Также предполагаем, что в результате упругое взаимодействие адронного атома переходит от состояния (n_1, λ_1, m_1) к состоянию (n_2, λ_2, m_2). Тогда, сечение перехода записывается в виде [8]:

$$\sigma_{n_1\lambda_1 m_1}^{n_2\lambda_2 m_2} = \frac{1}{2\pi\beta^2}\int_0^\infty dq\cdot q\left|V(q)\right|^2\left|F_{n_1\lambda_1 m_1}^{n_2\lambda_2 m_2}\left(\frac{q}{r}\right) - F_{n_1\lambda_1 m_1}^{n_2\lambda_2 m_2}\left(-\frac{q}{r}\right)\right|^2 \qquad (3.1)$$

и полное сечение определяется в виде:

$$\sigma_{n_1\lambda_1 m_1}^{tot} = \frac{1}{2\pi\beta}\int_0^\infty dk\cdot k\left|V(k)\right|^2\left(2 - 2F_{n_2\lambda_2 m_2}^{n_1\lambda_1 m_1}\right), \qquad (3.2)$$

где β – скорость движения адронного атома в среде при ($\eta = c = 1$); а $F_{n_1\lambda_1 m_1}^{n_2\lambda_2 m_2}$ - переходный формфактор адронного атома, и q – является переходным импульсом, а V(q)-потенциал взаимодействие определяется как экранированный потенциал, который определенный в [17] для упругого взаимодействие

$$\Phi(r) = \frac{ze}{r}\sum_{k=1}^{3} A_k e^{-\alpha_k r/\alpha}, \qquad (3.3)$$

где

$$A_к = 0.1; \quad 0.55; \quad 0.35$$
$$\alpha_k = 6.0; \quad 1.2; \quad 0.3 \qquad (3.4)$$

и

$$\alpha = a_{br}\left(\frac{9\pi^2}{128\cdot z}\right)^{1/3}. \qquad (3.5)$$

Из (3.1) и (3.2) видно, что если известен переходный формфактор, то мы можем определить сечение перехода и полное сечение АА. Таким образом, основная задача теоретического исследования АА является именно определение переходного формфактора АА атома.

Таким образом, наша задача формулируется следующим образам. В рамках метода осцилляторного представления [9] определим переходный формфактор адронного атома.

3.2. Переходный радиальный формфактор. Мы рассмотрим адронные атомы, состоящего из двух частиц и взаимодействующие между собой кулоновскими силами. Таким образам АА, можно рассматривать как атомы водорода, тогда переходный формфактор от начального ($n_1\lambda_1 m_1$) состояния к конечному ($n_2\lambda_2 m_2$) определяется следующем образом [18]:

$$F_{n_1\lambda_1 m_1}^{n_2\lambda_2 m_2}(\vec{k}) = \int \varphi_{n_2\lambda_2 m_2}^{*}(\vec{r})e^{i(\vec{k}\vec{r})}\varphi_{n_1\lambda_1 m_1}(\vec{r}), \qquad (3.6)$$

где φ – волновая функция начального и конечного состояния и $\vec{k}$ -трехмерный переданный импульс. Волновая функция (ВФ) АА, определяется как ВФ водородно подобной, и представляется стандартном виде:

$$\varphi_{n\lambda m}(\vec{r}) = \varphi_{n\lambda}(r)Y_{\lambda m}(\theta,\varphi), \qquad (3.7)$$

где $\varphi_{n\lambda}(r)$ – радиальная ВФ, которая определяется из радиального уравнения Шредингера (УШ), а $Y_{\lambda m}(\theta,\varphi)$ – сферическая функция записывается стандартном виде:

$$Y_{\lambda m}(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{2\lambda+1}{4\pi}\cdot\frac{(\lambda-m)!}{(\lambda+m)!}}\,e^{im\varphi}P_{\lambda}^{|m|}(\cos\theta). \qquad (3.8)$$

Учитывая следующее представление

$$e^{i\vec{k}\vec{r}} = \sum_{\lambda=0}^{\infty}(-i)^{\lambda}\sqrt{4\pi(2\lambda+1)}\times$$
$$\times\sum_{j=\lambda}^{\infty}\frac{(-1)^j K^{2j-\lambda}}{(2j+1)!}\frac{2^{\lambda}\Gamma(1+j)}{\Gamma(1+j-\lambda)}\cdot r^{2j-\lambda}Y_{\lambda 0}(\theta,\varphi) \qquad (3.9)$$

и используя (3.7) и (3.8), после некоторых упрощений из (3.6), имеем:

$$F_{n_1\lambda_1 m_1}^{n_2\lambda_2 m_2} = \frac{\delta_{m_1 m_2}}{2}\sum_{\lambda=0}^{\infty}(-i)^{\lambda}(2\lambda+1)\sqrt{(2\lambda_1+1)(2\lambda_2+1)}$$

$$\sqrt{\frac{(\lambda_1-m_1)!\,(\lambda_2-m_1)!}{(\lambda_1+m_1)!\,(\lambda_2+m_1)!}}\int_{-1}^{1}dxP_{\lambda_1(x)}^{m_1}P_{\lambda_2}^{m_1}(x)P_{\lambda}(x)\cdot f_{n_1\lambda_1}^{n_2\lambda_2} \tag{3.10}$$

где $f_{n_1\lambda_1}^{n_2\lambda_2}$ – введено обозначение.

$$f_{n_1\lambda_1}^{n_2\lambda_2}(k) = \sum_{j=\lambda}^{\infty}\frac{(-1)^j K^{2j-\lambda}}{(2j+1)!}\frac{2^{\lambda}\Gamma(1+j)}{\Gamma(1+j-\lambda)}\times$$

$$\times\int_0^{\infty}dr\cdot r^2\varphi_{n_2\lambda_2}^{*}(r)r^{2j-\lambda}\varphi_{n_1\lambda_1}(r). \tag{3.11}$$

При дальнейшем вычислении будем использовать 3j-символа, т.е.

$$\int_{-1}^{1}dxP_{\lambda_1}^{m}(x)P_{\lambda_2}^{m}(x)P_2(x) = \tag{3.12}$$

$$=2\cdot\sqrt{\frac{(\lambda_1+m)!}{(\lambda_1-m_1)!}\cdot\frac{(\lambda_2+m_2)!}{(\lambda_2+m)!}}\cdot\begin{pmatrix}\lambda_1 & \lambda & \lambda_2\\ m & 0 & -m\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1 & \lambda & \lambda_2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

Детали вычисления 3j-символа приведена в любом учебнике квантовой механики, в частности смотрите в [19]. Из (3.10) и (3.11) видно, что для определения переходного формфактора АА, нам нужно узнать явное выражение ВФ АА.

3.3. Вычисление радиального формфактора АА. Из (2.11) и (2.18) видно, что когда изменит потенциал взаимодействие тогда соответствующий изменение ВФ осуществляются с изменением ω-частота осциллятора. Поэтому, когда проводим вычисление переходного формфактора для различных потенциалов тогда общий вид не изменяются. Согласно с этим мы прежде всего получаем общии выражение для переходного формфактора с орбитальным и радиальным возбуждением. Учитывая (3.1) и (3.5) после некоторых упрощений для радиального формфактора из (3.11) имеем:

$$f_{n_1 1_1}^{n_2 1_2}(k^2) = (-1)^1\sqrt{\frac{\omega_{n_1}\cdot\omega_{n_2}}{4n_1 n_2}}\cdot\frac{\omega_{n_1}^{d_1/4}}{\omega_{n_2}^{d_2/4}}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{d_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{d_1}{2}\right)}}\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}\cdot C_{n_1}C_{n_2}\left\langle 0\right|e^{-\frac{1}{2}(\omega_1-\omega_2)q^2}\times$$

$$\times\left(a_{j_1}a_{j_2}\right)^{n_1}\cdot q^{2(1_1-1_2+1)}\cdot\frac{J_{1+\frac{1}{2}}(k\cdot q^2)}{\sqrt{k\cdot q^2}}\left(a_{j_2}^{+}a_{j_2}^{+}\right)^{n_r}\left|0\right\rangle_{d_2}. \tag{3.13}$$

Здесь $J_{\lambda+\frac{1}{2}}(z)$ – функция Беселля, a^{+}-оператор рождение, a^{-}-оператор уничтожение в R^{d_2}; $\left|0\right\rangle_{d_2}$ – основного состояний определенной в R^{d_2} с нормировкой.

$${}_{d_2}\left\langle 0|0\right\rangle_{d_2} = 1; \qquad a_j\left|0\right\rangle_{d_2} = 0\,, \tag{3.14}$$

а оператор рождение и уничтожение удовлетворяют следующие коммутационные соотношения.

$$\left[a_i, a_j^{+}\right] = \delta_{ij}\quad i,j = 1,\dots d_2, \tag{3.15}$$

и n_1, n_2 – главные квантовые числа, а d_1 и d_2 размерность вспомогательного пространства, который соответствует начальному и конечному состоянию:

$$n_1 = 1+\lambda_1+n_{r_1}; \qquad n_2 = 1+\lambda_2+n_{r_2};$$

$$d_1 = 4+4\lambda_1; \qquad d_2 = 4+4\lambda_2; \tag{3.16}$$

На конец, q_j-координат d_2-мерного вспомогательного пространств, и представлен через оператором рождение и уничтожение:

$$q_j = \frac{a_j + a_j^{+}}{\sqrt{2\omega}}; \qquad j = 1,2,\dots d_2. \tag{3.17}$$

Далее функция Бесселя $J_{\lambda+\frac{1}{2}}(z)$ используется следующие представлений:

$$\frac{J_{\lambda+\frac{1}{2}}(k\cdot q^2)}{\sqrt{k\cdot q^2}} =$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j}{j!}\frac{1}{\Gamma\left(1+j+1+\frac{1}{2}\right)}\cdot\left(\frac{k\cdot q^2}{2}\right)^{2j+\lambda}. \tag{3.18}$$

Тогда учитывая (3.6) и (3.1) из (3.11) имеем:

$$F_{n_1\lambda_1 m}^{n_2\lambda_2 m}(k) = \sum_{\lambda=0}^{\infty}(-i)^{\lambda}(2\lambda+1)\sqrt{(2\lambda_1+1)(2\lambda_2+1)}\times$$

$$\times\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^{j+\lambda}k^{2j+\lambda}}{\Gamma(1+j)}\cdot\frac{2\lambda\Gamma(1+j+\lambda)}{\Gamma(2+2j+2\lambda)}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{\omega_{n_1}\omega_{n_2}}{4n_1n_2}\cdot\frac{\omega_{n_1}^{\frac{d_1}{4}}}{\omega_{n_2}^{\frac{d_2}{4}}}}\cdot\sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{d_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{d_1}{2}\right)}}C_{n_{r_1}}\cdot C_{n_{r_2}}\times$$

$$\times\begin{pmatrix}\lambda_1 & \lambda & \lambda_2\\ m & 0 & -m\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1 & \lambda & \lambda_2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\cdot M_{n_1\lambda_1}^{n_2\lambda_2}. \quad (3.19)$$

Здесь в ведено обозначение:

$$M_{n_1\lambda_1}^{n_2\lambda_2}=$$

$$={}_{d_2}\langle 0|e^{-\frac{1}{2}(\omega_{n_1}-\omega_{n_2})q^2}(a_{j_1}a_{j_1})^{n_{r_1}}\cdot q^2\cdot(a_{j_2}^+a_{j_2}^+)^{n_{r_2}}|0\rangle_{d_2},$$

$$j_1,j_2=1...d_2;\quad \lambda=2j+\lambda+1+\lambda_1-\lambda_2. \quad (3.20)$$

Теперь приведем некоторые детали вычисление $M_{n_1\lambda_1}^{n_2\lambda_2}$, в рамках ОП. Для этого, используя соотношении:

$$e^{\hat{A}+\hat{B}}=e^{\hat{A}}e^{\hat{B}}\cdot e^{-\frac{1}{2}[\hat{A},\hat{B}]}, \quad (3.21)$$

где $\hat{A}$ и $\hat{B}$ некоторые операторы, которые коммутационные соотношение являются С-число. Учитывая (3.3) и (3.5) представим:

$$e^{-\tau q^2}=\int\left(\frac{d\eta}{\sqrt{\pi}}\right)^{d_2}e^{-\eta^2(1+\frac{\tau}{\omega_{n_2}})}\cdot e^{-\frac{2i\sqrt{\tau}}{\sqrt{2\omega_{n_2}}}(a\eta)} \quad (3.22)$$

и

$$q^{2\lambda}=(-1)^{\lambda}\frac{\partial^{\lambda}}{\partial\alpha^{\lambda}}\times \quad (3.23)$$

$$\times\int\left(\frac{d\xi}{\sqrt{\pi}}\right)^{d_2}e^{-\eta^2(1+\frac{\alpha}{\omega_{n_2}})}\cdot e^{-\frac{2i\sqrt{\alpha}}{\sqrt{2\omega_{n_2}}}(a^+\xi)}\cdot e^{-\frac{2i\sqrt{\alpha}}{\sqrt{2\omega_{n_2}}}(a\xi)}\Big|_{\alpha=0}.$$

Здесь $\tau=\frac{1}{2}(\omega_{n_1}-\omega_{n_2})$ и $\eta_j,\ \xi_j$ - векторы в d_2-мерном пространстве. Предполагая $\lambda_2>\lambda_1$ и учитывая (4.10) и (4.11) после некоторые упрощений из (4.7) для переходного формфактора получаем:

$$F_{n_1\lambda_1 m}^{n_2\lambda_2 m}(k)=$$

$$=\sqrt{(2\lambda_1+1)(2\lambda_2+1)}\sqrt{\frac{\omega_{n_1}\cdot\omega_{n_2}}{4n_1n_2}\frac{\omega_{n_1}^{\frac{d_1}{4}}}{\omega_{n_2}^{\frac{d_2}{4}}}}\sqrt{\frac{\Gamma\left(\frac{d_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{d_1}{2}\right)}}\times$$

$$\times C_{n_r}(-1)^{n_r}\cdot 2^{n_r}$$

$$\times\frac{\Gamma\left(\frac{d_2}{2}+n_r\right)}{\Gamma\left(\frac{d_2}{2}\right)}\cdot\sum_{j=0}^{n_2}\frac{(-1)^j n_r!}{(n_r-1)!\,j!}\frac{\Gamma\left(\frac{d_2}{2}+j+s\right)}{\Gamma\left(\frac{d_2}{2}+j\right)}\times$$

$$\times\sum_{\nu=0}^{s}\frac{(-1)^{\nu}s!}{(s-\nu)!\,\nu!}\cdot\frac{1}{\Gamma\left(\frac{d_2}{2}+j+\nu\right)}\times \quad (3.24)$$

$$\times\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}\sum_{\lambda=0}^{\infty}i^{\lambda}(2\lambda+1)\int_0^{\infty}dt\cdot t^{\frac{d_2}{2}+j+\nu-1}e^{-\left(1+\frac{\sigma}{\omega_{n_2}}\right)\cdot t}\times$$

$$\times\frac{J_{\lambda+1/2}\left(\frac{kt}{\omega_{n_r}}\right)}{\sqrt{\frac{kt}{\omega_{n_r}}}}\cdot\begin{pmatrix}\lambda_1 & \lambda & \lambda_2\\ m & 0 & -m\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\lambda_1 & \lambda & \lambda_2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

В (3.12) мы поставили $n_{r_1}=0$ и $n_{r_2}=n_r$, т.е. описывает от не радиального возбужденного состояния к радиальным возбуждением состоянии.

3.4. Вычисление переходного формфактора АА для конкретных состоянии.

Приступим к вычислению переходного формфактора конкретных состояний. В (3.12) представлению, общий выражение формфактора. 3j-символы при конкретных значений квантовых чисел, вычисляются аналитическим стандартного программа математика и результаты приведено в приложений. Определим переходного формфактора от основного состоянии. $n_1=1,\ \ \lambda_1=0,\ \ n_{r_1}=0$ к возбужденному состоянию $n_2=n,\ \ \lambda_2=\lambda,\ \ n_{r_2}=n_r$.

В этом случае учитывая (3.1) из (3.12) имеем:

$$F_{1\,0\,0}^{n\,\lambda\,0}=\sum_{j=\lambda}^{\infty}\frac{(-i)^{\lambda}\sqrt{2\lambda+1}}{\sqrt{\Gamma\left(\frac{d}{2}\right)}}\cdot\frac{(-1)^j k^{2j-\lambda}}{(2j+1)!}\times$$

$$\times 2^{\lambda}\frac{\Gamma(1+j)}{\Gamma(j+1-\lambda)}\sqrt{\frac{\omega_1\omega_n}{n}}\cdot\frac{\omega_1 C_{n_r}(-r)^{n_r}}{2\omega_n^{\frac{d}{4}+N}}\times$$

$$\sum_{s=0}^{n_r}\frac{(-1)^S N!}{(N-S)!\,S!}\frac{\Gamma(1+n_r)}{\Gamma(1+n_r-s)}\cdot\frac{\Gamma\left(\frac{d}{2}+n_r+N-S\right)}{(1+J_n)^{\frac{d}{2}+n_r+N-S}}.$$

где использованы следующие обозначение:

$$N = 2j - 2\lambda + 1; \quad d = 4 + 4\lambda;$$

$$J_n = \frac{\omega_1 - \omega_n}{2\omega_n}. \qquad (3.26)$$

Из (3.13) мы можем определит формфактора для любого конкретного перехода. В частности к состоянию $n = 1, \quad \lambda = 0, \quad n_r = 0$:

$$F_{100}^{100} = \frac{16}{\left(4 + k^2\right)^2} \qquad (3.27)$$

к состоянию $n = 2, \quad \lambda = 0, \quad n_r = 1$

$$F_{100}^{200} = 2^{\frac{17}{2}} \frac{k^2}{\left(9 + 4k^2\right)^3} \qquad (3.28)$$

к состоянию $n = 2, \quad \lambda = 1, \quad n_r = 0$

$$F_{100}^{210} = \frac{ik \cdot 3 \cdot 2^{\frac{15}{2}}}{\left(9 + 4k^2\right)^3}. \qquad (3.29)$$

Также мы определили переходного формфактора от основного состояний только любой орбитального возбужденного состояний:

$$F_{100}^{n\lambda 0} = \frac{i^{\lambda}\sqrt{2\lambda + 1} \cdot 2^{3+2\lambda}}{\sqrt{\Gamma(2 + 2\lambda)}} n^{1+\lambda}(n+1) \times$$

$$\times \frac{k^{\lambda}\Gamma(2 + \lambda)}{\left[(1+n)^2 + k^2 n^2\right]^{2+\lambda}}. \qquad (3.30)$$

Наши аналитические результаты для переходного формфактора точно согласуется результатами работами [20] получено в рамках полевых методов только для конкретных случаях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Adeva B.,* e. a. CERN/SPSC 2000032, SPCS/284 add. 1, 17 August 2000; CERN/SPSC 2004009, SPCS/P284 add. 4, 21 August 2004.
2. *Lange I.B.,* e. a. // Phys. Rev. Lett. **80,** 1597 (1998).
3. *Kernel G.,* e. a. // Z. Phys. **C48,** 201 (1990).
4. *Lowe I.,* e. a. // Phys. Rev. **C44**, 956(1999).
5. *Pocanic D.,* e. a. // Phys. Rev. Lett. **72,** 1156 (1999).
6. *Dosch H.G.* // Phys. Lett. B 190, 177 (1987).
7. Simonov Yu.A. // Nucl. Phys. B 307, 393(1988); *Simonov Yu.A., Tjon J.A.* // Ann. Phys. (New York), 228(1993); ibid 300, 54(2002).
8. *Kaidalov A.B., Simonov Yu.A.* // Phys. Lett. B 477, 163(2000); Yad. Fiz. 63, 1507(2000); *Morgunov V.L., Nefediev A.V., Simonov Yu.A.* // Phys. Lett. B 459, 653 (1999).
9. *Динейхан М., Жаугашева С.А., Кожамкулов Т.А.* // ЯФ 68, 350 (2005); Few – Body Systems 37, 49 (2005).
10. *Dineykhan M., Efimov G.V., Namsrai Kh.* // Fortschr. Phys. 39, 259 (1991).
11. *Feynman R.P., Hibbs A.P.* // Quantum Mechanics and Path Integrals (Me Graw – Hill, New York, 1963).
12. *Simonov Yu.A.* // Nucl. Phys. B 515, 13(2001).
13. *Dineykhan M., Efimov G.V., Ganbold G., Nedelko S.N.* Oscillator representation in quantum physics, (Lecture Notes in Physics, Springer – Verlag, Berlin, 1995). V. 26.
14. *Kuraev E.A.* // Yad. Fiz., **61,** p. 325, (1998).
15. *Colangelo G., Gasser J., Leutwyler H.* // Phys. Lett. B 488 (2000) 261, hepph/000112.
16. *Afanasyev L.G., Tarasov A.V.* Joint Institute for Nucler Researsch, Dubna, Russia, 1996.
17. *Moliere G.* // Z. Naturforsch A, 1947. V. 2. P. 3.
18. *Massey H.S.W., Burhop E. H.S., Gilbody, H.G.* Electronic and Ionic Impact Phenomena, Oxford Univ., 1969, vol. I, 2nd ed., Chaper 7, and references therein.
19. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* // Квантовая механика. Нерелятивистская теория.
20. *Mrowczynski S.* // Phys. Rev. A., 1986. V. 33. P. 1549.

Резюме

Пертурбативті емес және потенциалдық емес сипаттамалары бар әрекеттесулерді ескере отырып құраушы бөлшектердің массасы және констутиэнттік массасы анықталды. Күшті әрекеттесу үлгісі ұсынылған және $2S$ және $2P$ күйдің энергетикалық спектрінің айырымы анықталған. p-атомның ыдырау механизмі түсіндірілген. (n_1, λ_1, m_1) күйден (n_2, λ_2, m_2) күйге көшу АА радиалдық формфакторын табу жолы көрсетілген. Алынған нәтижелер байланыс күйдегі массалық спектр, сонымен қатар, $2S$ и $2P$ күйлердің энергетикалық спектр айырымы, өту формфакторының аналитикалық формфакторы тәжірибе нәтижелерімен теориялық жұмыстармен айтарлықтай сәйкестік табады.

Summary

Determined the mass of consist particle and constituent mass taking account characteristics of nonperturbative and nonpotential interaction. Suggested the schema of strong interaction and determined $2S$ and $2P$ state difference of energetic spectrum. There were explained the mechanism of π-atoms decay. Shown the method of determination the hadronic atoms radial formfactor of (n_1, λ_1, m_1) to (n_2, λ_2, m_2) states. Our result Fs mass spectrum of bound states and $2S$ and $2P$ state difference of energetic spectrum, analytically results of translation formfactor shoes good agreement with experimental and theoretical woks of other authors.

Поступила 20.04.07г.

Теорема 3. Существует разрывное в точке $B(1,0)$ решение однородной задачи Трикоми для уравнения Лаврентьева-Бицадзе в случае контуров (9), (9а) и (9б), причем для всех трех контуров это решение представимо по формуле (10).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Роговой А.В.* О гладкости решений задачи Трикоми для уравнения Геллерстедта // Вестн. КазНУ им. аль-Фараби. Сер. мат., мех., информ. 2002. №5. С. 50-56.

2. *Роговой А.В.* Решение задачи Трикоми для уравнений смешанного типа методом преобразований Меллина: Автореф. дис. … к. физ.-мат. н. Шымкент, 2004. 26 с.

Резюме

Біртекті Трикоми есебі алты қисық Лаврентьев–Бицадзе теңдеуі қарастырады. Үзілісті шешім көрілген есепте әрбір берілген қисық үшін дәлелденген, ал шешімі тура құрастырылған.

Summary

Homogeneous Tricomi problem for Lavrentjev–Bitsadze equation for six special areas has been considered in the work. The existence of non continuous solution of this problem has been proved for all these areas, and this solution has been build.

Южно-Казахстанский гуманитарный институт
им. М. Сапарбаева, г. Шымкент

Поступила 10.04.07г.