

У. УМБЕТОВ, С. М. ШПАКОВА, ХУ ВЕН-ЦЕН

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МГУА

Одной из важнейших задач при создании автоматизированных систем управления крупными производственными объектами является построение адекватных математических моделей. В большинстве случаев от того, насколько успешно решена данная задача, зависит успех в создании системы управления в целом.

Получение математической модели для какого-либо промышленного объекта само по себе представляет сложную проблему, а для крупномасштабных объектов она часто близка к неразрешимой, в особенности, когда модели строятся на основе аппроксимации экспериментальных данных, что достаточно распространено в практике исследований.

Крупные производственные комплексы имеют ряд существенных особенностей, обусловленных большим числом подлежащих учету параметров, многообразием между ними функциональных связей, многоэлементной структурой и иерархической системой управления. К числу основных особенностей можно отнести следующие:

1. Сложный и заранее не известный вид зависимостей между переменными, в связи с чем возникает необходимость в выборе структуры уравнений модели. Данное обстоятельство, в первую очередь, отличает рассматриваемую проблему от традиционных задач аппроксимации экспериментальных данных.

2. Малое число экспериментальных данных, что объясняется чрезвычайной сложностью их получения. К примеру, для получения одной экспериментальной точки (вектора значений контролируемых параметров) при решении задачи распределения оборудования для крупного промышленного предприятия или производственно-го объединения требуется время порядка одного месяца.

3. Наличие высокого уровня помех, обусловленных как ошибками при фиксации и передаче информации, так и в некоторых случаях предна-меренным ееискажением в низовых структурах системы управления производством.

Указанные особенности существенно затрудняют применение традиционных методов иден-тификации. При этом подобные методы, как правило, не позволяют определить структуру модели, а применение частично решающих эту задачу методов пошаговой регрессии [1] связано с большими вычислительными трудностями. Кроме того, задача нахождения коэффициентов модели часто является неустойчивой, а получае-мая в процессе решения система нормальных уравнений плохо обусловленной. Все это приво-дит к необходимости разработки новых методов аппроксимации, эффективных для многомерных объектов при малых выборках эксперименталь-ных данных. В качестве основы для таких мето-дов может быть использован метод группового учета аргументов (МГУА) [2,3].

Рассмотрим базовые положения МГУА. Пусть исследуется многомерный объект управления со сложной структурой связи между переменными и наличием внутренних источников случайных помех с неизвестными статистическими харак-теристиками. Вектор входных переменных обо-значим через  $u = \{u_1, u_2, \dots, u_j, \dots, u_m\}$ , а вектор выходных переменных – через  $x$ .

Пусть также задана таблица эксперименталь-ных данных  $\{x_k^3, u_{kj}^3\}$ ,  $k = 1, 2, \dots, K_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Требуется определить структуру и коэффи-циенты полинома вида

$$\begin{aligned} X = f(u) = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j u_j + \sum_{j=1}^m a_{jj} u_j^2 + \sum_{j,\alpha=1}^{c_m^2} a_{ja} u_j u_\alpha + \\ + \sum_{j=1}^m a_{jj} u_j^3 + \sum_{j,\alpha,\beta=1}^{c_m^3} a_{j\alpha\beta} u_j u_\alpha u_\beta + \dots, \quad (1) \end{aligned}$$

описывающего свойства системы, задаваемой со-вокупностью экспериментальных данных  $\{x_k^3, u_{kj}^3\}$ .

В этом выражении  $C_m^n$  – число сочетаний из  $m$  по  $n$  при  $n = 2, 3, \dots, m$ ,  $a \in E^N$  – вектор коэффи-циентов, который требуется найти. В случае, если порядок полинома  $n$  по всем претензиям равен  $m$ , то выражение (1) называют полным полино-мом Колмогорова–Гabora. Под структурой моде-ли в данном случае понимается число перемен-ных  $\{u_j\}$  и количество членов в выражении (1).

Понятно, что для решения сформулированной задачи должна быть задана некоторая мера близ-ости  $\Phi(a)$  значений  $x$ , полученных из аппрокси-мирующего выражения (1), и реальных экспе-риментальных данных  $\{x_k^3\}$ , по которым будет оцениваться качество построенной модели. Чаще всего в качестве такой меры используют среднюю квадратичную погрешность.

$$\Phi(a) = \sum_{k=1}^K v_k (x_k^3 - f(u^3, a))^2, \quad (2)$$

где  $v_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$  – некоторые заданные весо-ые коэффициенты, принимающие значения в диапазоне  $0 \leq v_k \leq 1$   $k = 1, \dots, K$ .

Решением поставленной задачи будем считать вектор  $a^* \in E^N$ , при котором функция  $\Phi(a, v)$  достигла бы наименьшего значения, т.е.

$$\Phi(a^*, v) = \inf_{a \in E^N} \Phi(a, v) \quad (3)$$

при заданных значениях весовых коэффициентов  $v_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ .

Суть метода заключается в следующем. Вся совокупность экспериментальных данных  $\{x_k^3, u_{kj}^3\}$  множества  $M$  по некоторому правилу разбивается на два подмножества:  $M_0 \subset M$  – обучающая последовательность и  $M_n \subset M$  – проверочная последовательность таких, что

$$M_0 \cap M_n = \emptyset; M_0 \cup M_n = M. \quad (4)$$

Обозначим множество индексов  $k$  для  $\{x_k^3, u_{kj}^3\} \in M_0$  через  $J_1$ , а для  $\{x_k^3, u_{kj}^3\} \in M_n$  через  $J_2$  и соответствующие им числа эксперименталь-ных данных в каждой из последовательностей через  $K_1$  и  $K_2$ .

Последующий расчет реализуется в форме алгоритма. На первом этапе на основе множества входных переменных  $\{u_j\}$ ,  $j = 1, 2, \dots, m$  формируются пары переменных  $(u_i, u_j)$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, m$ , общим числом  $C_m^2$ . Затем из этих пар образуются так называемые частные полиномы как функции двух переменных, в общем случае имеющие вид

$$y_{ij} = a_{0ij} + a_{1i}u_i + a_{1j}u_j + a_{2ij}u_i u_j + a_{ii}u_i^2 + a_{jj}u_j^2. \quad (5)$$

Можно использовать и другие более простые формы выражения (5), например, когда  $a_{ii}=a_{jj}=0$  или  $a_{ij}=0$  и т.д.

Коэффициенты частных полиномов определяют, используя процедуру метода наименьших квадратов, на основе экспериментальных данных, принадлежащих обучающей последовательности, т.е.  $\{x_k^o, u_k^o\} \in M_o$ .

На следующей стадии реализации МГУА проводится отбор лучших частных полиномов путем вычисления средней квадратической ошибки  $\delta_{ij}^n$  аппроксимации экспериментальных данных  $\{x_k^o, u_k^o\} \in M_n$  полинома  $y_{ij}$ , которая равна

$$\delta_{ij}^n = \left( \frac{1}{K_2} \sum_{K \in J_2} [x_k^o - y_{ij}(u_{Ki}^o, u_{Kj}^o)]^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

В результате этого отбора из  $C_m^2$  частных полиномов получают  $m_1$  полиномов  $y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_{m_1}$ ,  $m_1 \leq m$ , для которых ошибка  $\delta^n$  имеет наименьшее значение и определяют один наилучший вариант аппроксимации с ошибкой  $\delta_I^{n*}$ :

$$\delta_I^{n*} = \inf_{i,j} \delta_{ij}^n \quad i,j = 1,2,\dots,m. \quad (7)$$

На этом заканчивается первый уровень процедуры аппроксимации экспериментальных данных по методу группового учета аргументов.

На следующем этапе работы алгоритма отобранные полиномы  $y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_{m_1}$  выступают в качестве аргументов для построения частных полиномов второго уровня  $Z_{ij}, i,j = 1,2,\dots,m_1$ , вид которых аналогичен (5)

$$Z_{ij} = b_{0ij} + b_{1i}y_i + b_{1j}y_j + b_{2ij}y_i y_j + b_{ii}y_i^2 + b_{jj}y_j^2. \quad (8)$$

Затем списанная процедура повторяется, в результате чего получают  $m_2$  лучших частных полиномов второго ряда  $Z_1, \dots, Z_j, \dots, Z_{m_2}$ ,  $m_2 \leq m_1$  и наименьшее значение  $\delta_{II}^{n*}$ , найденное из соотношения (2-56). Далее  $Z_1, \dots, Z_j, \dots, Z_{m_2}$  принимают в качестве аргументов третьего ряда, находят  $\delta_{III}^{n*}$  и т.д. Условием останова многорядной процедуры МГУА служит получение наименьшего значения  $\delta_\mu^{n*}$   $\mu = 1,2,\dots$  на некотором ряде работы алгоритма, т.е. алгоритм заканчивает работу на  $\mu^*$ -м этапе, для которого выполняется соотношение

$$\delta_{\mu^*}^{n*} = \inf_\mu \delta_\mu^{n*}. \quad (9)$$

Далее на основе частного полинома, имеющего наименьшую ошибку на проверочной последовательности, осуществляют процедуру восстановления полного полинома (1) путем последовательной подстановки и в у, у в з и т.д.

Как показывает практика расчетов, использование МГУА дает ряд преимуществ при идентификации сложных систем. При применении этого метода общая задача нахождения вектора коэффициентов  $a^* \in E^N$  аппроксимирующего выражение (1) по существу сводится к многократному решению простых задач определения коэффициентов частных полиномов (5), размерность которых значительно меньше (максимальная размерность равна 6) размерности исходной задачи. За счет этого происходит существенное уменьшение ресурсных затрат на решение поставленной задачи, что особенно важно при идентификации объектов управления в сложных системах. Кроме того, в процессе решения осуществляется поиск структуры модели, обеспечивающей минимальную ошибку  $\delta^{n*}$  на проверочной последовательности, которая непосредственно не используется при определении коэффициентов частных полиномов. Другим важным достоинством рассматриваемого метода является существенное снижение, по сравнению с другими методами, числа необходимых для построения модели экспериментальных данных за счет многократного использования информации при различных комбинациях входных переменных задачи.

Проведенные исследования также показали, что МГУА, который может быть отнесен к классу эвристических методов, не лишен определенных проблем в применении. В частности, он позволяет найти достаточно хорошие решения, но не гарантируют получение наилучшего решения. По этой причине весьма затруднительны аналитическое обоснование метода и оценка точности коэффициентов  $a^*$  для получаемого аппроксимирующего выражения (1), что, безусловно, снижает теоретическую ценность метода. Наряду с этим при практическом применении МГУА приходится сталкиваться с решением ряда вопросов по выбору параметров алгоритма, для решения которых авторы метода [4] не дают никаких определенных рекомендаций. В частности, это касается правила разбиения множества исходных

данных  $M$  на подмножества  $M_0$  и  $M_n$ , выбора структуры частных полиномов, правила отбора частных полиномов, оценки точности полученного аппроксимирующего полинома, способов устранения неустойчивости алгоритма.

Вместе с тем это не снижает общей научной ценности МГУА как эффективного инструмента идентификации сложных объектов моделирования и управления, так как решение указанных проблем в каждом отдельном случае может осуществляться с использованием средств и механизмов, учитывающих конкретику особенностей исследуемого объекта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Артамонов А.Г., Володин В.М., Авдеев В.Г. Математическое моделирование и оптимизация плазмохимических процессов. М.: Химия, 1989. 223 с.
2. Ивахненко А.Г. Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. К.: Техника, 1975. 312 с.
3. Васильев В.И. Взаимозаменяемость метода группового учета аргументов (МГУА) и метода предельных упрощений (МПУ) // Искусственный интеллект. 2001. № 1. С. 29-42.

4. Schwefel H.P. Numerical Optimization of Computer Models. John Wiley&Sons, 1981.

#### Резюме

Тәжірибе нәтижесін аппроксимациялай отырып күрделі және үлкен өлшемді ендірістік объекттерге математикалық үрдістерді қолдану қарастырылған. Бұл мақсатта дәлелдемелерді есепке алу әдісін қолдану жетістікке жеткізеді. Қолданылып отырган әдістің негізгі қағидалары дәлелденген және ол берілгендердің аз болған уақытындағы сәйкестігі үшін өте қолайлы екендігі дәлелденеді.

#### Summary

The questions of construction of mathematic models of manufactured objects, differing by high compounding and dimensions on the basis of approximation of experimental data is considered in this article. The usage method of group calculation arguments (MGCA) is offered. The main principles and reasons of methods is led. It is demonstrated that it can be used by the way of evidence of effective instrument of identification of compounding objects in limited excerpts from data.

Южно-Казахстанский государственный  
университет им. М. Ауэзова

Поступила 6.12.06г.