Е. Б. ЕСИМХАН, И. Т. ПАК

АНАЛИЗ ПАЛЕОКЛИМАТИЧЕСКИХ ДАННЫХ МЕТОДАМИ КРОСС-РЕКУРРЕНТНЫХ ГРАФИКОВ

Климатическая система Северной Атлантики оказывает непосредственное влияние на обширную область северного полушария от восточного побережья США до Сибири, от Арктики до субтропической Атлантики [1]. Ее исследование представляет особый интерес в рамках проблемы изучения климата в связи с наблюдаемыми аномальными климатическими изменениями. В частности, существует гипотеза о взаимосвязанности процессов переноса тепла и влаги на всем Северо-Атлантическом регионе, управляемых так называемой северо-атлантической осцилляцией (NAO) [2]. Целью настоящей статьи является тестирование связи между отдельными областями Северной Атлантики по двум временным рядам, отслеживающим соответствующие климатические вариации.

Первый временной ряд представляет собой среднеиюльскую температуру Фенноскандии*, реконструированную по ширине колец Шотландской сосны, произрастающей в данном регионе[3]. Известно, что радиальный годовой прирост колец Шотландской сосны хорошо коррелирует с летней температурой региона, поэтому эта связь и используется для реконструкции температуры в интервале 5510 г. до н.э. – 1993 г. н.э. [3].

Второй временной ряд представляет собой относительное количество стабильного изотопа кислорода $^{18}O/^{16}O$ ($\delta^{18}O$) во льдах Гренландии. Величина $\delta^{18}O$ является косвенной температурной характеристикой, поскольку количество ^{18}O во льду линейно зависит от температурных условий в момент выпадения осадков[4]. Благодаря сезонным колебаниям выпадения осадков, ледовые отложения имеют слоистую структуру, причем верхние слои могут быть датированы с точностью до года. В работе использовался оригинальный ряд среднегодовых значений $\delta^{18}O$ на интервале 818 г. н.э. – 1987 г. н.э.[5], а также реконструкции с разрешением 5 и 10 лет на интервале 5510 г. до н.э. – 1990г. н.э. [6].

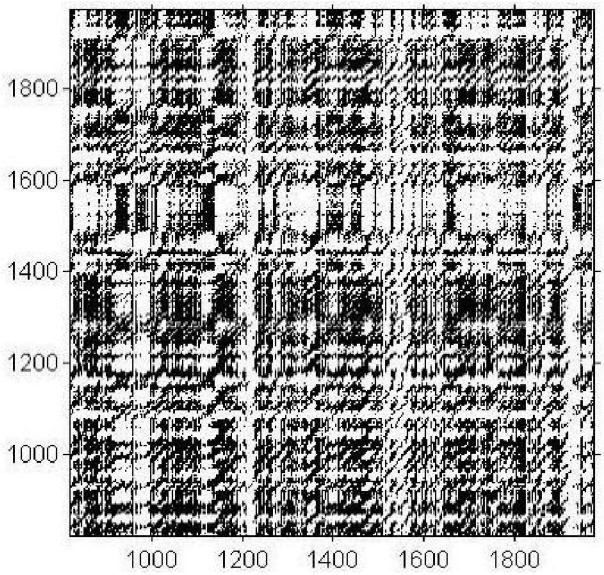
Для диагностики существования взаимной связи между описанными временными рядами на масштабе 1, 5 и 10 лет использовались так называемые графики кросс-рекуррентности [7]. Под рекуррентностью здесь понимается повторяемость состояния процесса по прошествии некоторого времени. Упомянутый метод позволяет исследовать поведение двух динамических систем, эволюционирующих в одном фазовом пространстве, с помощью двумерного представления их рекуррентных траекторий. Он применим к коротким нестационарным зашумленным данным.

Формально графиком кросс-рекуррентности (ГКР) называется бинарная матрица

*Фенноскандия – природная страна в Европе, включающая Скандинавский полуостров, Финляндию, Кольский полуостров и Карелию.

$$\mathbf{CR}_{ij}^{m,\varepsilon_i} = \Theta\left(\varepsilon_i - \left\|\mathbf{X_i} - \mathbf{Y_j}\right\|\right),\ \mathbf{X_i}, \mathbf{Y_j} \in R^m,$$
$$i \quad \overline{1, N_X},\ j \quad \overline{1, N_Y}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{X_i}, \mathbf{Y_j}$ – вектора состояния двух динамических систем **X** и **Y**. Если состояние системы **Y** в момент времени j оказалось близко состоянию системы **X** в другой момент времени i, значение $\mathbf{CR}_{ij}^{m,\varepsilon_i} = 1$. В этом случае на графике кросс-рекуррентности в позиции (i,j) будет стоять черная точка (рис. 1). На ГКР визуально выделяют крупномасштабные и мелкомасштабные паттерны, характеризующие взаимное поведение исследуемых систем. Так, диагональные линии соответствуют интервалам времени, когда динамика развития траекторий обеих систем совпадает с некоторой заданной точностью. Их количество и длина отражает степень схожести исследуемых процессов. Так, с увеличением силы связи между двумя детерминированными процессами число и длина диагональных линий на ГКР возрастает. График кросс-рекуррентности, построенный для двух случайных временных рядов, состоит в основном из коротких диагоналей и изолированных точек. Для количественного анализа наблюдаемых структур используют специально введенные меры [7]. Нами использовалось 3 меры.



По оси x отложено время (в годах) для $\delta\ ^{18}O$, по оси y – для температуры

Рис. 1. График кросс-рекуррентности для среднегодовых значений $\delta\ ^{18}O$ во льдах Гренландии и температуры Фенноскандии

Пусть $P_k^{\varepsilon}(l) = \{l_i\}$, $i = \overline{1, N_l}$ – частотное распределение длин диагональных линий для k-ой диагонали ГКР. $k = 0$ соответствует главной диагонали, составляющей угол 45° с положительным направлением горизонтальной временной оси. Значениям $k > 0$ соответствуют диагонали, лежащие выше главной диагонали, $k < 0$ – ниже главной диагонали. Коэффициент рекуррентности $RR(k) = \frac{1}{N - |k|} \sum_{l=1}^{N-|k|} lP_k^{\varepsilon}(l)$ есть отношение числа рекуррентных точек к общему числу точек на k-ой диагонали графика. Таким образом, $RR(k)$ представляет собой вероятность возникновения близких состояний рассматриваемых процессов на лаге k. Степень детерминизма $DET(k) = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^{N-|k|} lP_k^{\varepsilon}(l)}{\sum_{l=1}^{N-|k|} lP_k^{\varepsilon}(l)}$ есть отношение числа рекуррентных точек, образующих длинные диагональные линии ($\geq l_{\min}$), к общему числу рекуррентных точек на диагонали. Меры RR и DET изменяются в диапазоне [0,1]. Средняя длина диагональных линий $L(k) = \frac{\sum_{l=l_{\min}}^{N-|k|} lP_k^{\varepsilon}(l)}{\sum_{l=l_{\min}}^{N-|k|} P_k^{\varepsilon}(l)}$ оценивает длительность периодов сходной временной эволюции рассматриваемых систем. По поведению этих мер часто можно установить наличие нелинейной связи между исследуемыми временными рядами [7]. С увеличением связи между исследуемыми процессами значения мер возрастают.

Для численных расчетов использовался пакет CRP Toolbox [8]. В среде Matlab был написан дополнительный программный блок для вычисления мер отдельно для каждой диагонали графика кросс-рекуррентности. На рис. 1 приведен график кросс-рекуррентности для среднегодовых значений $\delta\ ^{18}O$ во льдах Гренландии и температуры Фенноскандии. Вектора состояния соответствующих динамических систем (формула 1) были получены с помощью топологического вложения временных рядов в пространство R^m по алгоритму Такенса[9] с параметрами вложения $m = 3$, $\tau = 5$. Данные были предварительно сглажены скользящим средним с шириной окна 5 для удаления шумовых высокочастотных флуктуаций. При построении ГКР использовалась L_∞-норма, $\varepsilon = 1{,}67$ (формула 1).