

К. А. КАСЫМОВ, Н. САПАР

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОГРАНСЛОЙНЫХ И РЕГУЛЯРНЫХ ФУНКЦИЙ ЗАДАЧИ КОШИ С НАЧАЛЬНЫМ СКАЧКОМ

Рассмотрим задачу Коши для линейного дифференциального уравнения третьего порядка с начальным скачком вида:

$$L_\varepsilon y(t, \varepsilon) \equiv \varepsilon y''' + A(t)y'' + B(t)y' + C(t)y = F(t) \quad (1)$$

с растущими при $\varepsilon \rightarrow 0$ начальными условиями вида:

$$y(0, \varepsilon) = a_1, \quad y'(0, \varepsilon) = \frac{\alpha(\varepsilon)}{\varepsilon}, \quad y''(0, \varepsilon) = \frac{\beta(\varepsilon)}{\varepsilon^2}, \quad (2)$$

где a_1 – известная постоянная, $\alpha(\varepsilon)$ и $\beta(\varepsilon)$ – регулярно зависящие от ε постоянные вида

$$\alpha(\varepsilon) = \alpha_0 + \varepsilon\alpha_1 + \dots, \quad \beta(\varepsilon) = \beta_0 + \varepsilon\beta_1 + \dots \quad (3)$$

Предположим, что: 1^o. Функция $A(t), B(t), C(t)$ и $F(t)$ достаточно гладкие функции на отрезке $[0, 1]$, т.е. дифференцируемы столько раз, сколько этого требуется в ходе рассуждений; 2^o. Функция $A(t)$ на отрезке $[0, 1]$ удовлетворяет неравенству:

$$A(t) \geq \gamma \equiv \text{const} > 0, \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Решение $y(t, \varepsilon)$ задачи Коши (1), (2) ищем в виде:

$$y(t, \varepsilon) = y_\varepsilon(t) + W_\varepsilon(\tau), \quad (4)$$

где $\tau = \frac{t}{\varepsilon}$ – погранслоиная независимая переменная, $y_\varepsilon(t)$, $0 \leq t \leq 1$ – регулярная часть решения, а

$W_\varepsilon(\tau)$ – погранслоиная часть решения, определяемая при $\tau \geq 0$, и их будем искать в виде:

$$y_\varepsilon(t) = y_0(t) + \varepsilon y_1(t) + \dots, \quad W_\varepsilon(\tau) = W_0(\tau) + \varepsilon W_1(\tau) + \dots \quad (5)$$

Предварительно умножаем уравнение (1) на ε^2 и подставляем формулу (4) в уравнение (1), а затем приравниваем слева и справа, зависящее t и τ отдельно. Тогда получим два типа уравнения для $y_\varepsilon(t)$ и $W_\varepsilon(\tau)$:

$$L_\varepsilon y_\varepsilon(t) \equiv \varepsilon y_\varepsilon''' + A(t)y_\varepsilon'' + B(t)y_\varepsilon' + C(t)y_\varepsilon = F(t), \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (6)$$

$$\ddot{W}_\varepsilon(\tau) + A(\varepsilon\tau)\ddot{W}_\varepsilon(\tau) + \varepsilon B(\varepsilon\tau)\dot{W}_\varepsilon(\tau) + \varepsilon^2 C(\varepsilon\tau)W_\varepsilon(\tau) = 0, \quad \tau \geq 0. \quad (7)$$

Разлагаем коэффициенты дифференциального уравнения (7) в ряды по ε и подставляем разложения (5) соответственно в (6), (7) с учетом разложения коэффициентов дифференциального уравнения (7) а затем сравниваем коэффициенты при одинаковых степенях ε , получим:

$$L_0 y_0(\tau) \equiv A(t)y_0'' + B(t)y_0' + C(t)y_0 = F(t), \quad (8_0)$$

$$L_0 y_k(t) \equiv A(t)y_k'' + B(t)y_k' + C(t)y_k = F_k(t), \quad k \geq 1; \quad (8_k)$$

$$\ddot{W}_0(\tau) + A(0)\ddot{W}_0(\tau) = 0, \quad (9_0)$$

$$\ddot{W}_k(\tau) + A(0)\ddot{W}_k(\tau) = G_k(\tau), \quad k \geq 1, \quad (9_k)$$

где свободные члены $F_k(t), G_k(\tau)$, $k \geq 1$ соответственно выражаются формулами:

$$F_k(\tau) = -y_{k-1}''(\tau),$$

$$G_k(\tau) = - \left[\sum_{i=1}^k \frac{\tau^i}{i!} A^{(i)}(0) \ddot{W}_{k-1}(\tau) + \sum_{i=0}^{k-1} \frac{\tau^i}{i!} B^{(i)}(0) \dot{W}_{k-1-i}(\tau) + \sum_{i=0}^{k-2} \frac{\tau^i}{i!} C^{(i)}(0) W_{k-2-1}(\tau) \right], k \geq 1. \quad (10_k)$$

Для однозначного определения коэффициентов $y_k(t), w_k(\tau)$, получим следующие начальные условия для $y_k(t), w_k(\tau)$, $k \geq 0$:

$$\begin{aligned} \dot{W}_0(0) &= \beta_0, \dot{W}_0(0) = \alpha_0, W_0(0) + y_0(0) = a_1, \\ \dot{W}_k(0) + y_{k-2}''(0) &= \beta_k, \dot{W}_k(0) + y_{k-1}'(0) = \alpha_k, W_k(0) + y_k(0) = 0, k \geq 1. \end{aligned} \quad (11_k)$$

Из (11_k) видно, что начальные условия недостаточно для однозначного определения коэффициентов $W_k(\tau), y_k(t)$, $k \geq 0$ и они неразделены. Для однозначного определения коэффициентов недостающих начальных условий будем использовать свойства погранслоинных функций $W_k(\tau)$ на бесконечности:

$$W_k(\infty) = 0, \dot{W}_k(\infty) = 0, \ddot{W}_k(\infty) = 0, k \geq 0. \quad (12)$$

Рассмотрим задачу (9₀), (11₀) для нулевого приближения $W_0(\tau)$. Интегрируем погранслоинное дифференциальное уравнение (9₀) от 0 до ∞ и примем (12) для $W_0(\tau)$. Тогда получим:

$$\ddot{W}_0(\tau) + A(0)\dot{W}_0(0) = 0.$$

Отсюда с начальным условием (11₀) имеем:

$$\beta_0 + A(0)\alpha_0 = 0. \quad (13)$$

Теперь интегрируем уравнение (9₀) от 0 до τ и в силу (13) будем иметь:

$$\dot{W}_0(\tau) + A(0)\dot{W}_0(0) = 0. \quad (14)$$

Интегрируя уравнение (14) от 0 до ∞ и в силу (12), имеем:

$$\dot{W}_0(0) + A(0)W_0(0) = 0.$$

Если учесть (11₀), то получим:

$$\alpha_0 + A(0)(a_1 - y_0(0)) = 0.$$

Отсюда найдем:

$$y_0(0) = a_1 + \frac{\alpha_0}{A(0)}. \quad (15)$$

Если подставить (15) в (11) для $y_0(0)$, то будем иметь:

$$W_0(0) = -\frac{\alpha_0}{A(0)}. \quad (16)$$

Если интегрировать дифференциальное уравнение (14) от 0 до τ , то с учетом (11₀) для $\dot{W}_0(\tau)$, (16) получим:

$$\dot{W}_0(\tau) + A(0)W_0(\tau) = 0. \quad (17)$$

Таким образом, начальные условия для дифференциального уравнения (9₀) для $W_0(\tau)$ с учетом (11₀), (13), (16) имеет вид:

$$\ddot{W}_0(0) = \beta_0, \quad \dot{W}_0(0) = \alpha_0 = -\frac{\beta_0}{A(0)}, \quad W_0(0) = -\frac{\alpha_0}{A(0)} = \frac{\beta_0}{A^2(0)}. \quad (18)$$

Обратимся к задаче, определяющей первое приближение $W_1(\tau)$ погранслошной при $\tau \geq 0$ части решения:

$$\begin{aligned} \ddot{W}_1(\tau) + A(0)\dot{W}_1(\tau) &= G_1(\tau), \quad \ddot{W}_1(0) = \beta_1, \quad \dot{W}_1(0) = \beta_1, \\ \dot{W}_1(0) &= -\frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_1(0) + \int_0^\infty G_1(\tau) d\tau \right], \quad W_1(0) = -\frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_1(0) - \int_0^\infty \tau G_1(\tau) d\tau \right], \end{aligned} \quad (19)$$

где свободный член $G_1(\tau) \equiv G_{10}(\tau)$ выражается формулой:

$$G_1(\tau) \equiv G_{10}(\tau) = -[\tau A'(0)\ddot{W}_0(\tau) + B(0)\dot{W}_0(\tau)]. \quad (20)$$

Интегрируем дифференциальное уравнение (19) от 0 до τ :

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) - [\dot{W}_1(0) + A(0)W_1(0)] = \int_0^\tau G_1(s) ds, \quad G_1(\tau) \equiv G_{10}(\tau).$$

Отсюда в силу начального условия (19) для $\dot{W}_1(\tau)$, имеем:

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) - \dot{W}_1(0) + \frac{A(0)}{A(0)} \left[\dot{W}_1(0) + \int_0^\infty G_{10}(\tau) d\tau \right] = \int_0^\tau G_{10}(s) ds,$$

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) + \int_0^\tau G_{10}(s) ds + \int_0^\infty G_{10}(s) ds = \int_0^\tau G_{10}(s) ds.$$

Интегрируя это уравнение от 0 до τ и учитывая начальное условие (19) для $W_1(\tau)$, получим:

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) - [\dot{W}_1(0) + A(0)W_1(0)] = \int_0^\tau G_{11}(s) ds,$$

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) - \dot{W}_1(0) + \frac{A(0)}{A(0)} \left[\dot{W}_1(0) - \int_0^\infty \tau G_1(\tau) d\tau \right] = \int_0^\tau G_{11}(s) ds. \quad (21)$$

Если учесть формулу:

$$\int_0^\infty G_{1i}(\tau) d\tau = \frac{(-1)^i}{i!} \int_0^\infty \tau^i G_1(\tau) d\tau, \quad i \geq 1,$$

то отсюда при $i = 1$ имеем:

$$\int_0^\infty G_{11}(\tau) d\tau = -\int_0^\infty \tau G_1(\tau) d\tau.$$

Следовательно, выражение (21) примет вид:

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) + \int_0^\infty G_{11}(\tau) d\tau = \int_0^{\tau} G_{11}(s) ds.$$

Отсюда непосредственно получаем следующее уравнение:

$$\dot{W}_1(\tau) + A(0)W_1(\tau) = -\int_\tau^\infty G_{11}(s) ds = G_{12}(\tau). \quad (22)$$

Обратимся к задаче для определения нулевого приближения $y_0(t)$ регулярной на отрезке $[0, 1]$ части решения $y_\varepsilon(t)$:

$$\begin{aligned} L_0 y_0(t) &\equiv A(t)y_0'' + B(t)y_0' + C(t)y_0 = F(t), \\ y_0(0) &= \alpha_1 + \frac{\alpha_0}{A(0)}, \quad y_0'(0) = \alpha_1 - \dot{W}_1(0), \end{aligned} \quad (23)$$

где $\dot{W}_1(0)$ определяется из формулы (19):

$$\dot{W}_1(0) = -\frac{1}{A(0)} \left[\beta_1 + \int_0^\infty G_1(\tau) d\tau \right],$$

а $G_1(\tau)$ имеет вид (20):

$$G_1(\tau) = -[\tau A'(0)\ddot{W}_0(\tau) + B(0)\dot{W}_0(\tau)]$$

и $\dot{W}_0(t), \ddot{W}_0(\tau)$ с учетом (11₀) для $\dot{W}_0(0)$ и (13), (14) явно выражаются формулами:

$$\dot{W}_0(\tau) = -\frac{B_0}{A(0)} e^{-A(0)\tau}, \quad \ddot{W}_0(\tau) = \beta_0 e^{-A(0)\tau}.$$

Решение $y_0(t)$ задачи (22) определяется формулой:

$$y_0(t) = \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_0}{A(0)} \right) \bar{K}_1(t, 0) + (\alpha_1 - \dot{W}_1(0)) \bar{K}_2(t, 0) + \int_0^t \frac{\bar{K}_2(t, s)}{A(s)} F(s) ds, \quad (24)$$

где $\bar{K}_i(t, s), i = 1, 2, \dots, 0 \leq s \leq t \leq 1$ – начальные функции, удовлетворяющие по t однородному дифференциальному уравнению вида:

$$L_0 \bar{K}_i(t, s) \equiv A(t)\bar{K}_i''(t, s) + B(t)\bar{K}_i'(t, s) + C(t)\bar{K}_i(t, s) = 0, \quad i = 1, 2$$

с начальным условием при $t = s$:

$$\bar{K}_1(s, s) = 1, \quad \bar{K}_1'(s, s) = 0, \quad \bar{K}_2(s, s) = 0, \quad \bar{K}_2'(s, s) = 1.$$

Рассмотрим теперь задачу, определяющую 2-ое приближение при $\tau \geq 0$ части решения $W_\varepsilon(\tau)$:

$$\begin{aligned} \ddot{W}_2(\tau) + A(0)\dot{W}_2(\tau) &= G_2(\tau), \quad \ddot{W}_2(0) = \beta_2 - y_0''(0), \quad \dot{W}_2(0) = -\frac{1}{A(0)} \left[\ddot{W}_2(0) + \int_0^\infty G_2(\tau) d\tau \right], \\ W_2(0) &= -\frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_2(0) - \int_0^\infty \tau G_2(\tau) d\tau \right], \end{aligned} \quad (25)$$

где свободный член $G_2(\tau) \equiv G_{20}(\tau)$ определяется формулой:

$$G_{20}(\tau) \equiv G_2(\tau) = -\left[\frac{\tau}{1!} A'(0)\ddot{W}_1(\tau) + \frac{\tau^2}{2!} A''(0)\ddot{W}(\tau) + B_0(t)\dot{W}_1(\tau) + \frac{\tau}{1!} B_0'(0)\dot{W}_0(\tau) + C(0)W_0(\tau) \right]. \quad (26)$$

Интегрируем уравнение (25) от 0 до τ . Тогда с учетом (25) для $\dot{W}_2(0)$ имеем:

$$\ddot{W}_2(\tau) + A(0)\dot{W}_2(\tau) = -\int_0^\tau G_{20}(s) ds \equiv G_{21}(\tau). \quad (27)$$

Интегрируя уравнение (27) от 0 до τ и учитывая (25) для $W_2(0)$, получим:

$$\dot{W}_2(\tau) + A(0)W_2(\tau) + \int_0^\tau G_{21}(s) ds + \int_0^\tau G_{21}(s) ds = \int_0^\tau G_{21}(s) ds.$$

Отсюда будем иметь:

$$\dot{W}_2(\tau) + A(0)W_2(\tau) = -\int_{\tau}^{\infty} G_{21}(s)ds \equiv G_{22}(\tau). \quad (28)$$

Рассмотрим дифференциальное уравнение второго порядка для первого приближения $y_1(t)$, $0 \leq t \leq 1$ регулярной части $y_\varepsilon(t)$:

$$L_0 y_1(t) \equiv A(t)y_1'' + B(t)y_1' + C(t)y_1 = F_1(t) \quad (29)$$

с начальными условиями:

$$y_1(0) = \frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_1(0) + \int_0^{\infty} \tau G_1(\tau) d\tau \right], \quad y_1'(0) = \alpha_2 + \frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_2(0) + \int_0^{\infty} G_2(\tau) d\tau \right], \quad (30)$$

где $G_i(\tau)$, $i = 1, 2$, $F_1(t)$ имеет следующие представления:

$$\begin{aligned} G_1(\tau) &= -\left[\tau A'(0) \dot{W}_0(\tau) + B(0) \dot{W}_0(\tau) \right], \quad F_1(t) = -y_0''(t), \\ G_2(\tau) &= -\left[\sum_{i=1}^2 \frac{\tau^i}{i!} A^{(i)}(0) \dot{W}_{2-i}(\tau) + \sum_{i=0}^1 \frac{\tau^i}{i!} B^{(i)}(0) \dot{W}_{1-i}(\tau) + C(0)W_0(\tau) \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Решение задачи (29), (30) определяется формулой:

$$y_1(t) = y_1(0) \bar{K}_1(t, 0) + y_1'(0) \bar{K}_2(t, 0) + \int_0^t \frac{\bar{K}_2(t, s)}{A(s)} F_1(s) ds, \quad (32)$$

где $\bar{K}_i(t, s)$, $i = 1, 2$, $0 \leq s \leq t \leq 1$ – начальные функции, удовлетворяющие по t линейному однородному дифференциальному уравнению второго порядка (29) при $F_1(t) = 0$:

$$L_0 \bar{K}_i(t, s) \equiv A(t) \bar{K}_i''(t, s) + B(t) \bar{K}_i'(t, s) + C(t) \bar{K}_i(t, s) = 0, \quad i = 1, 2$$

с начальными условиями при $t = s$:

$$\bar{K}_1(s, s) = 1, \quad \bar{K}_1'(s, s) = 0, \quad \bar{K}_2(s, s) = 0, \quad \bar{K}_2'(s, s) = 1.$$

Таким образом, получена явная формула (32) для первого приближения $y_1(t)$ регулярной на отрезке $[0, 1]$ части решения $y_\varepsilon(t)$.

Рассмотрим теперь задачу, определяющую k -ое приближение $W_k(\tau)$, $k \geq 2$ погранслоевой при $\tau \geq 0$ части решения $W_\varepsilon(\tau)$:

$$\begin{aligned} \ddot{W}_k(\tau) + A(\Theta) \dot{W}_k(\tau) &= G_k(\tau), \quad k \geq 2, \quad \dot{W}_k(0) = \beta_k - y_{k-2}''(0), \\ \dot{W}_k(0) &= -\frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_k(0) + \int_0^{\infty} G_k(\tau) d\tau \right], \\ W_k(0) &= -\frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_k(0) - \int_0^{\infty} \tau G_k(\tau) d\tau \right] - \frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_k(0) + \int_0^{\infty} G_{k1}(\tau) d\tau \right], \end{aligned} \quad (33)$$

где свободный член $G_k(\tau) \equiv G_{k0}(\tau)$ выражается формулой:

$$G_k(\tau) \equiv G_{k0}(\tau) = - \left[\sum_{i=1}^k \frac{\tau^i}{i!} A^{(i)}(0) \ddot{W}_{k-i}(\tau) + \sum_{i=0}^{k-1} \frac{\tau^i}{i!} B^{(i)}(0) \dot{W}_{k-1-i}(\tau) + \sum_{i=0}^{k-2} \frac{\tau^i}{i!} C^{(i)}(0) W_{k-2-i}(\tau) \right], \quad (34)$$

$k \geq 1$.

Интегрируем дифференциальное уравнение (33) от 0 до τ . Тогда с учетом начальных условий получим:

$$\begin{aligned} \dot{W}_k(\tau) + A(0)\dot{W}_k(\tau) - [\ddot{W}_k(0) + A(0)\dot{W}_k(0)] &= \int_0^\tau G_k(s) ds, \quad G_k(t) \equiv G_{k0}(t), \\ \ddot{W}_k(\tau) + A(0)\dot{W}_k(\tau) - [\dot{W}_k(0) + A(0)\dot{W}_k(0)] &= \int_0^\tau G_k(s) ds, \quad G_k(t) \equiv G_{k0}(t), \\ \dot{W}_k(\tau) + A(0)\dot{W}_k(\tau) - \left[\ddot{W}_k(0) - \frac{A(0)}{A(0)} \left(\dot{W}_k(0) + \int_0^\infty G_{k0}(s) ds \right) \right] &= \int_0^\tau G_{k0}(s) ds. \end{aligned}$$

Отсюда имеем:

$$\ddot{W}_k(\tau) + A(0)\dot{W}_k(\tau) + \int_0^\infty G_{k0}(s) ds = \int_0^\tau G_{k0}(s) ds. \quad (35)$$

Если учесть

$$\int_0^\infty G_{k0}(s) ds = \int_0^\tau G_{k0}(s) ds + \int_\tau^\infty G_{k0}(s) ds,$$

то (35) примет вид:

$$\ddot{W}_k(\tau) + A(0)\dot{W}_k(\tau) = - \int_\tau^\infty G_{k0}(s) ds \equiv G_{k1}(\tau). \quad (36)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (36) от 0 до τ и принимая во внимание начальное условие (33) для $W_k(0)$, получим:

$$\begin{aligned} \dot{W}_k(\tau) + A(0)W_k(\tau) - [\dot{W}_k(0) + A(0)W_k(0)] &= \int_0^\tau G_{k1}(s) ds, \\ \dot{W}_k(\tau) + A(0)W_k(\tau) - \dot{W}_k(0) - A(0) \left[- \frac{1}{A(0)} \left(\dot{W}_k(0) - \int_0^\infty \tau G_k(\tau) d\tau \right) \right] &= \int_0^\tau G_{k1}(s) ds. \end{aligned}$$

Отсюда имеем

$$\dot{W}_k(\tau) + A(0)W_k(\tau) - \int_0^\infty \tau G_k(\tau) d\tau = \int_0^\tau G_{k1}(s) ds.$$

Если принять во внимание формулу

$$\int_0^\infty G_{ki}(\tau) d\tau = \frac{(-1)^i}{i!} \int_0^\infty \tau G_k(\tau) d\tau, \quad i \geq 1$$

при $i = 1$, то получим:

$$\dot{W}_k(\tau) + A(0)W_k(\tau) + \int_0^\infty G_{k1}(s) ds = \int_0^\tau G_{k1}(s) ds.$$

Отсюда непосредственно следует:

$$\dot{W}_k(\tau) + A(0)W_k(\tau) = -\int_{\tau}^{\infty} G_{k1}(s)ds \equiv G_{k2}(\tau). \quad (37)$$

Рассмотрим задачу Коши для $y_{k-1}(t)$:

$$\begin{aligned} L_0 y_{k-1}(t) &\equiv A(t)y_{k-1}'' + B(t)y_{k-1}' + C(t)y_{k-1} = F_{k-1}(t), \\ y_{k-1}(0) &= \frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_{k-1}(0) + \int_0^{\infty} \tau G_{k-1}(\tau) d\tau \right], \quad y_{k-1}'(0) = \alpha_k + \frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_k(0) + \int_0^{\infty} G_k(\tau) d\tau \right]. \end{aligned} \quad (38)$$

Решение $y_{k-1}(t)$ задачи Коши (38) выражается формулой:

$$\begin{aligned} y_{k-1}(t) &= \frac{1}{A(0)} \left[\dot{W}_{k-1}(0) + \int_0^{\infty} \tau G_{k-1}(\tau) d\tau \right] \bar{K}_1(t, 0) + \left[\alpha_k + \frac{1}{A(0)} \left(\dot{W}_k(0) + \int_0^{\infty} G_k(\tau) d\tau \right) \right] \bar{K}_2(t, 0) + \\ &+ \int_0^t \frac{\bar{K}_2(t, s)}{A(s)} F_{k-1}(s) ds, \end{aligned} \quad (39)$$

где $\bar{K}_i(t, s)$, $i = 1, 2$, $0 \leq s \leq t \leq 1$ – начальные функции, удовлетворяющие по t линейному однородному дифференциальному уравнению (38) при $F_{k-1}(t) = 0$:

$$L_0 \bar{K}_i(t, s) \equiv A(t)\bar{K}_i''(t, s) + B(t)\bar{K}_i'(t, s) + C(t)\bar{K}_i(t, s) = 0$$

с начальными условиями при $t = s$:

$$\bar{K}_1(s, s) = 1, \quad \bar{K}_1'(s, s) = 0, \quad \bar{K}_2(s, s) = 0, \quad \bar{K}_2'(s, s) = 1.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Касымов К.А. Линейные сингулярно возмущенные дифференциальные уравнения второго порядка. Алма-Ата, 1981.
2. Сапар Н. Об одном методе решения краевой задачи для сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений 3-го порядка. Сб. трудов 3-ей международной научной конференции КазНПУ им. Абая. Алматы, 2005.

Резюме

Үшінші ретті дифференциалдық теңдеулерге қойылған Коши есебінің бастапқы секіртпесі бар болған жағдайдағы шешімін табудың әдісі қарастырылған.

Summary

There is solution of Coushy's problems with elementary bound using new regular and borderstratum functions.

УДК 517.095

Казахский национальный университет им. аль-Фараби

Поступила 2.06.07г.

юношей и девушек (студентов) и в реабилитационную практику детского и юношеского возраста при патологии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мадэюй В.П. Ци-Гун и “Психологическая медицина”. Алма-Ата: Ылым, 1992. 78 с.
2. Инюшин В.М., Спиридонов В.И. Основы психофизической культуры на базе Ци-Гун: Учебное пособие. Алматы: Қазақ университеті, 2003. 334 с.
3. Смирнов В.М., Дубровский В.И. Физиология физического воспитания и спорта: Учебник для студентов средних и высших учебных заведений. М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2002. 608 с.
4. Voll R. Topographic positions of the measurement points in electroacupuncture according to Voll. Verlags, Uelzen, 1977. V. 1-4. Мl. 560 s.
5. Сарчук В.Н. Руководство по электропунктурной диагностике и энерго-информационной коррекции различных категорий больных. Алма-Ата: Республиканский научно-практический центр нетрадиционных методов диагностики и лечения, 1992. 407 с.
6. Инюшин В.М. Биоплазмограф “Биоимпульс-2” (Эффект Кирилан). Паспорт-инструкция. Алматы: МАД “Невада – Семипалатинск”, НПП “Бион”, 2002. 8 с.
7. Mandel P. Energetische Terminalpunkt – Diagnose: energet. – diagnost. Analyse durch Kirlian Effect. – Essen: Synthesis Verl. 1983. 203 p.
8. Спиридонов В.И. Методика психофизического оздоровления и реабилитации методом Цигун: Учебное пособие. Алматы: Қазақ университеті, 2004. 199 с.
9. Предварительный патент KZ 17064. Способ психофизической реабилитации / Спиридонов В. И. Опубл. 15.03.2006; Бюл. №3.
10. Лакин Г.Ф. Биометрия: Учебное пособие для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1990. 352 с.
11. Инюшин В.М., Ильясов Т.У., Непомнящих И.А. Биоэнергетические структуры – теория и практика. Алма-Ата: Казахстан, 1992. 208 с.
12. Подшибякин А.К. Особенности распределения и изменения статических электрических потенциалов кожи у человека и некоторых животных // Проблемы биоэнергетики организма и стимуляция лазерным излучением / Тезисы докладов всесоюзного семинара. Алма-Ата: КазГУ, 1976. с. 205-206.
13. Ма Цзижень, Богачихин М.М. Цигун: история, теория, практика. Киев: София, 2003. 479 с.
14. Коротков К.Г., Виллашам Б., Виснески Л.А. Энтропия и энергия в биологических системах, биофизические механизмы активности “энергетических” меридианов / <http://www.madra.dp.ua/archives/kirlian/Korotlov1/index/html>
15. Лукьянец В.Г. Биоэнергетическая реабилитация здоровья – новое направление в альтернативной медицине. Алматы: МАД “Невада–Семипалатинск”, 1997. 120 с.
16. Гуляев Ю.В., Годик Э.Э. Физические поля биологических объектов/<http://www.integro.ru>

Резюме

Ци-Гун жүйесі бойынша жаттығулардан кейін бұл жаттығулармен айналысқан балалар, жас қыздар мен жігіттер ағзасының кейбір физиологиялық және электрофизиологиялық параметрлерінің азаю тенденциясы анықталып, Ци-Гун жүйесі бойынша шұғылдану – адам ағзасын тым үнемді жұмыс тәртібіне көшіретіндігі анықталды.

Summary

The tendency of reduction of some physiological and electrophysiological parameters at children, by the young man and girls after Qigong exercises is revealed. It has been registered, that exercises by Qigong goes on an organism to the more efficient level of functioning.

УДК 612.013.7

КазНУ им. аль-Фараби

Поступила 2.05.07г.