* * *

N E W S
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN
PHYSICO-MATHEMATICAL SERIES
ISSN 1991-346X
Volume 3, Number 307 (2016), 73 – 85

UDC 533.93

CROSS SECTION AND STOPPING POWER IN DENSE PLASMAS: THE EFFECT OF DIFFRACTION AND DYNAMIC SCREENING

M.K. Issanova[1], S.K. Kodanova[1], T.S. Ramazanov[1], N.Kh. Bastykova[1], M.T. Gabdullin[2], Zh.A. Moldabekov[1]

[1]IETP, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan;
[2]NNLOT, Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan
isanova_moldir@mail.ru

Key words: dense plasma, dynamical screening, scattering cross section, Coulomb logarithm, stopping power

Abstract. Classical electron-ion scattering, Coulomb logarithm, and stopping power were studied taking into account the quantum mechanical diffraction effect and the dynamic screening effect separately and together. Inclusion of the quantum diffraction effect is realized at the same level as the well-known first order gradient correction in the extended Thomas-Fermi theory. In order to include the effect of dynamic screening the model suggested by Grabowski et al. [Phys. Rev. Lett. 111, 215002 (2013)] is used. Scattering as well as stopping power of the external electron (ion) beam on plasma ions (electrons) and scattering of plasma own electrons (ions) on plasma ions (electrons) were considered differently. In the first case, it was found that in the limit of the non-ideal plasma, $\Gamma = e^2/ak_BT \to 1$, the effects of quantum diffraction and dynamic screening partially compensate each other. In the second case, the dynamic screening enlarges the scattering cross section, Coulomb logarithm and stopping power, whereas the quantum diffraction reduces their value. Comparisons with the results of the other theoretical methods and computer simulations indicate that the model used in this work gives good description of the stopping power for projectile velocities $\upsilon \le 1.5\,\upsilon_{th}$.

УДК 533.93

СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ И ТОРМОЗНАЯ СПОСОБНОСТЬ В ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ: ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТОВ ДИФРАКЦИИ И ДИНАМИЧЕСКОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ

М.К. Исанова[1], С.К. Коданова[1], Т.С. Рамазанов[1], Н.Х. Бастыкова[1], М.Т. Габдуллин[2], Ж.А. Молдабеков[1]

[1]НИИЭТФ, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, Алматы, Казахстан;
[1]ННЛОТ, Казахский национальный университет им. Аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Ключевые слова: плотная плазма, динамическое экранирование, сечение рассеяния, кулоновский логарифм, тормозная способность.

Аннотация. В этой работе исследованы электрон-ионное рассеяние, кулоновский логарифм и тормозная способность с учетом квантово-механического эффекта дифракции и динамического эффекта экранирования по отдельности и вместе. Квантовый эффект дифракции учитывается с помощью хорошо

известной градиентной поправки первого порядка в обобщенной теории Томаса-Ферми. Для учета эффекта динамического экранирования была использована модель, предложенная Грабовским и др. [Phys. Rev. Lett. 111, 215002 (2013)]. В работе рассматривались рассеяние, а также потери энергии пучка внешних электронов (ионов) на ионах (электронах) плазмы. Было обнаружено, что в пределе неидеальной плазмы, $\Gamma = e^2/ak_BT \to 1$, эффекты квантовой дифракции и динамического экранирования частично компенсируют друг друга. Показано, что динамическое экранирование приводит к увеличению значения сечения рассеяния, кулоновского логарифма и тормозной способности, в то время как учет квантового эффекта дифракции уменьшает их значение. Сравнения с результатами других теоретических методов и компьютерного моделирования показывают, что модель, используемая в этой работе, дает хорошее описание тормозной способности для скоростей налетающих частиц $\upsilon \le 1.5\,\upsilon_{th}$.

Введение. В настоящее время плотная плазма является предметом активных теоретических исследований [1-8]. В частности, эти исследования актуальны в связи с экспериментами NIF (National Ignition Facility) [9] и экспериментами на Z-пинче в Сандиа [10]. Для получения термоядерной реакции в вышеуказанных объектах, необходимо изучить такие динамические свойства, как тормозная способность [11-15], теплопроводность и электропроводность плотной плазмы. Все эти процессы требуют понимания микроскопических процессов в плотной плазме.

В этой работе мы рассмотрим классическое электрон-ионное рассеяние, кулоновский логарифм и тормозную способность для частиц плазмы и частиц внешнего налетающего пучка. Для описания силы электрон-ионного взаимодействия при столкновении, был использован параметр связи, равный отношению характерной энергии парного взаимодействия между частицами к кинетической энергии налетающей частицы, $\beta = Z_{ion}e^2/(\lambda_D m\upsilon^2)$, где λ_D - длина экранирования, Z_{ion} - число заряда иона, $m\upsilon^2$ описывает начальную кинетическую энергию налетающей частицы расположенной далеко от мишени. При низких скоростях пучка, кинетическая энергия сводится к тепловой энергии электронов со скоростью $\upsilon_{th} = \sqrt{k_BT/m_e}$. Так как рассматривается слабосвязанная плазма, рассеяние электронов плазмы на ионе характеризуется малым параметром связи $\beta < 1$, в то время как рассеяние электрона (иона) внешнего пучка на ионе (электроне) плазмы не имеет такого ограничения.

Квантовый эффект дифракции учитывается при помощи квазикласссического потенциала [16-17], в то время как динамический эффект экранирования - простой перенормировкой длины экранирования [9]. Влияние этих эффектов исследуется по отдельности, а затем рассматривается воздействие обоих эффектов, одновременно.

Во втором разделе рассматривается эффективный потенциал электрон-ионного взаимодействия с учетом квантового эффекта дифракции, а также экранирования окружающей плазмы. В третьем разделе исследованы процессы рассеяния в плотной горячей плазме. В четвертом разделе изучаются кулоновский логарифм и тормозная способность.

Экранированный потенциал взаимодействия. Квазиклассический потенциал взаимодействия частиц без учета экранирования имеет следующий вид [17]:

$$\phi_{ab} = \frac{e_a e_b}{r}\left(1 - exp\left(-r/\lambda\!\!\!^{-}_{ab}\right)\right), \tag{1}$$

где $\lambda\!\!\!^{-}_{ab} = \hbar/\sqrt{2\pi m_{ab}k_BT}$ - тепловая длина волны, $m_{ab} = m_a m_b/(m_a + m_b)$, T - температура, a и b обозначают электрон или ион.

Тщательное исследование процессов рассеяния в плазме требует принятия во внимание экранирования зарядов [22]. Для того чтобы получить экранированный эффективный потенциал используется хорошо известная формула для эффективного потенциала в пространстве Фурье:

$$\tilde{\Phi}_{ab}(k) = \frac{\tilde{\phi}_{ab}(k)}{\varepsilon(k)}, \tag{2}$$

где $\tilde{\phi}_{ab}(k)$ - Фурье преобразование потенциала (1), $\varepsilon(k)$ - статическая диэлектрическая проницаемость плазмы в приближении линейного отклика:

$$\varepsilon(k) = 1 + \frac{n_e}{k_B T}\tilde{\varphi}_{ee}(k) + \frac{n_i}{k_B T}\tilde{\varphi}_{ii}(k). \tag{3}$$

Для учета квантового эффекта дифракции, в уравнении (3) используем квантовый потенциал Дойча (1) для электрон-электронного взаимодействия. Статическая диэлектрическая проницаемость плазмы в приближении линейного отклика имеет вид [16]:

$$\varepsilon(k) = 1 + \frac{k_e^2}{(\lambda^2 k^2 + 1)k^2} + \frac{k_i^2}{k^2}. \tag{4}$$

здесь ионы рассматриваются как точечные частицы $\lambda_{ii} = 0$ и $k_i = \sqrt{4\pi n e_e^2 / k_B T}$, $k_e = \sqrt{4\pi n e_i^2 / k_B T}$.

Из уравнения (1)-(4), выполняя обратное Фурье преобразование, получен следующий эффективный потенциал для электрон-ионного взаимодействия[16]:

$$\Phi_{ei}(r) = -\frac{e^2 Z_{ion}}{\lambda_{ei}^2 \gamma^2 \sqrt{1-(2k_D/\lambda_{ei}\lambda)^2}\, r} \times \left(\frac{1/\lambda_{ee}^2 - B^2}{1/\lambda_{ei}^2 - B^2} exp(-rB) - \frac{1/\lambda_{ee}^2 - A^2}{1/\lambda_{ei}^2 - A^2} exp(-rA) \right) + \frac{e^2 Z_{ion}}{r} exp(-r/\lambda_{ei}), \tag{5}$$

где $\gamma^2 = 1/\lambda_{ee}^2 + k_i^2$, $k_D = (k_e^2 + k_i^2)^{1/2} = 1/\lambda_D$ обратная длина экранирования,

$$B = \left(\sqrt{1 - \sqrt{1-(2k_D/\lambda_{ei}\gamma)^2}} \right) \Big/ \gamma, \qquad A = \left(\sqrt{1 + \sqrt{1-(2k_D/\lambda_{ei}\gamma)^2}} \right) \Big/ \gamma. \tag{6}$$

Если пренебречь эффектом квантовой дифракции, уравнение (5) превращается в хорошо известный потенциал Дебая (Юкавы):

$$\Phi_{ei}(r) = -\frac{e^2 Z_{ion}}{r} exp(-r/\lambda_D). \tag{7}$$

Если вкладом ионов (третий член) в уравнении (4) можно пренебречь, то обратное значение диэлектрической функции записывается в виде:

$$\varepsilon(k)^{-1} = \frac{k^2(1 + \lambda_{ee}^2 k^2)}{k^2 + k_{De}^2 + \lambda_{ee}^2 k^4} \tag{8}$$

где $k_{De}^2 = 4\pi n_e e_e^2 / k_B T_e$ - параметр экранирования за счет электронов.

Недавно было получено точное разложение обратной величины диэлектрической функции Линдхарда для электронов в длинноволновом пределе [18]. Результат второго порядка этого разложения имеет следующий вид:

$$\varepsilon_2(k)^{-1} = \frac{k^2\left(1 + \frac{\tilde{a}_2}{\tilde{a}_0}k^2\right)}{k^2 + k_Y^2 + \frac{\tilde{a}_2}{\tilde{a}_0}k^4}. \tag{9}$$

где для $\tilde{a}_2/\tilde{a}_0$

$$\frac{\tilde{a}_2}{\tilde{a}_0} = \frac{I_{-3/2}(\eta)}{12\theta k_F^2 I_{-1/2}^2(\eta)}. \tag{10}$$

здесь $k_F = \left(3\pi^2 n\right)^{1/3}, I_\nu$ - интеграл Ферми порядка $\nu, \eta = \mu / k_B T$ - химический потенциал электронов, $k_Y^2 = k_{TF}^2 \theta^{1/2} I_{-1/2}(\eta)/2$ - длина экранирования, интерполяция между Дебаем и разложением Томаса-Ферми, $\theta = k_B T / E_F$ - параметр вырождения, который определяет, является ли плазма вырожденной или классической.

С точки зрения теории функционала плотности, диэлектрическая функция (9) учитывает градиентную поправку первого порядка к кинетической энергии невзаимодействующих электронов [18-19]. Это связано с квантовым эффектом дифракции или согласно с Данн и Бройлес [20] квантовым эффектом туннелирования, что позволяет частицам достигать областей, недоступных для классических частиц.

Результат второго порядка диэлектрической функции разложения Линдхарда (9) имеет тот же вид, что и уравнение (8), разница лишь в постоянных коэффициентах. Это позволяет сделать вывод о том, что включение квантового эффекта дифракции осуществляется на том же уровне, что и хорошо известная градиентная поправка первого порядка в обобщенной теории Томаса-Ферми. Кроме того, это позволяет обобщить эффективный потенциал парного взаимодействия (5), в случае плазмы с вырожденными электронами заменой $\lambda\!\!\!^{-}_{ee}$ и k_{De} на $\sqrt{\tilde{a}_2/\tilde{a}_0}$ и k_Y, соответственно.

В пределе $\theta >> 1$, коэффициент $\sqrt{\tilde{a}_2/\tilde{a}_0}$ равен $\hbar / \sqrt{12 m_e k_B T_e}$, который отличается от тепловой волны и используется в квантовом потенциале парного взаимодействия (1) в работах Дойча [17], Данна [20], и Келбга [21]. Здесь необходимо иметь в виду тот факт, что диэлектрическая функция Линдхарда не учитывает неидеальность плазмы, в то время как тепловая длина волны в эффективном потенциале парного взаимодействия получен в результате квазиклассического рассмотрения слабонеидеальной плазмы. В частности, недавно было показано, что квантовый потенциал парного взаимодействия в виде уравнения (1) правильно воспроизводит вклад Монтролл-Ворда для уравнения состояния плазмы в пределе $\lambda\!\!\!^{-}_{ee} k_D << 1$. В этой работе используется эффективный потенциал (5) для изучения процесса рассеяния и тормозной способности, поскольку мы рассматриваем слабосвязанную квазиклассическую плазму,

На рисунке 1 показан эффективный экранированный потенциал взаимодействия (5). Эффективный потенциал (5) учитывает эффект экранирования на больших расстояниях и квантовый эффект дифракции - на малых.

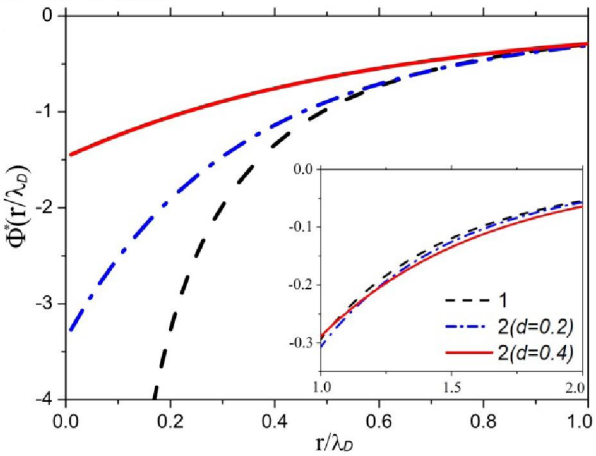

Рисунок 1 – Эффективный потенциал взаимодействия в единицах тепловой энергии $k_B T$:

1 – потенциал Юкава (7), 2 – эффективный потенциал (5) при разных значениях параметра $d = \lambda\!\!\!^{-}_{ei} / \lambda_D$.

Для того, чтобы принять во внимание эффект динамического экранирования мы используем способ, предложенный на основе данных моделирования методом молекулярной динамики [5]. Согласно этой работе длина экранирования записывается в виде:

$$\lambda_D \to \lambda_D \sqrt{1+(\upsilon/\upsilon_{th})^2 \left(1+\Gamma^3\right)^{1/4}}\,, \tag{11}$$

здесь $\upsilon_{th} = \sqrt{k_B T/m_e}$, и $\Gamma = e^2/ak_B T$ - параметр неидеальности плазмы.

Такая процедура перенормировки была впервые предложена Звикнагелем [23] ($\lambda_D \sqrt{1+(\upsilon/\upsilon_{th})}$), формула (11) расширяет их подход для случая сильно связанной плазмы. Недавно в работе Джумагуловой и др. [24] была использована процедура перенормировки Звикнагеля для расчета сечения рассеяния в первом приближении Борна.

Далее эффективный потенциал с перенормированной длиной экранирования будет упоминаться как динамический экранированный потенциал.

Процесс электрон-ионного рассеяния. Классический угол рассеяния для двух частиц с массами m_1, m_2 и с потенциалом взаимодействия $U(r)$ для заданного прицельного параметра ρ равен следующему выражению:

$$\chi(\rho) = |\pi - 2\varphi(\rho)|, \tag{12}$$

где

$$\varphi(\rho) = \rho \int_{r_{min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{1-U_{eff}(r,\rho)}}, \tag{13}$$

$E = m\upsilon^2/2$, U_{eff} - эффективный потенциал взаимодействия в единицах кинетической энергии налетающей частицы имеет следующий вид:

$$U_{eff}(r,\rho) = \frac{\rho^2}{r^2} + \frac{2U(r)}{m\upsilon^2}, \tag{14}$$

Эффективный потенциал (14) учитывает центробежную силу. В формуле (13) $r_{\min}$ соответствует минимальному расстоянию при заданном ρ и получена из уравнения $U_{eff}(r_{\min}, \rho) = 1$. Используя $\chi(\rho)$, сечение рассеяния $\sigma(\beta)$ была получена из известной формулы:

$$\sigma = 2\pi \int_0^{\infty} (1-\cos\chi(\rho))\rho d\rho. \tag{15}$$

В качестве потенциала $U(r)$ мы взяли экранированный потенциал электрон-ионного взаимодействия (5). Процесс рассеяния описывается параметром связи β и параметром $d = \lambda\!\!\!^{-}_{ei}/\lambda_D$, т.е. отношением тепловой волны на радиус Дебая. Угол рассеяния и сечение рассеяния получены на основе эффективного потенциала (5) с учетом динамического экранирования и без учета представлены ниже. Приведены сравнения угла рассеяния и сечение рассеяния, полученного на основе потенциала Юкавы (7).

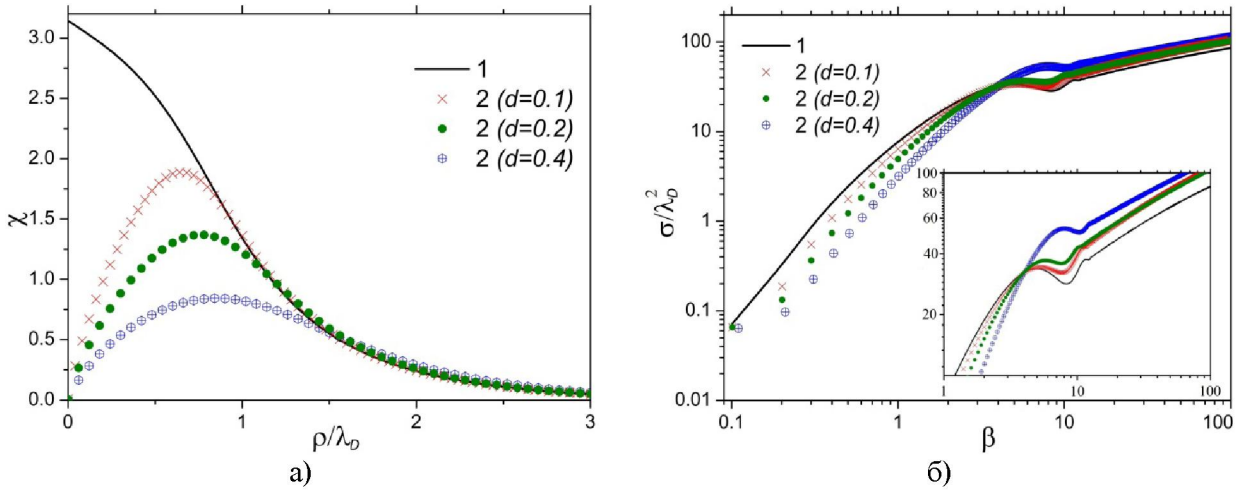

Рисунок 2 – а) углы рассеяния при $\beta = 0.8$ полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 -на основе эффективного потенциала взаимодействия (5) (2).
б) сечения рассеяния при $\Gamma = 0.8$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5)

а.: *Влияние квантового эффекта дифракции.*

Прежде всего, на рисунке 2 показаны угол рассеяния и сечение рассеяния для потенциала Юкавы и эффективного потенциала (5) без динамического экранирования. Видно, что и угол рассеяния и сечение рассеяния уменьшается с увеличением параметра d для $\beta < 5$. Угол рассеяния близок к нулю при $\rho \to 0$, возможная дифракция налетающей частицы на частицы мишени при малых прицельных параметров связано с конечными значениями эффективного потенциала взаимодействия на малых межчастичных расстояниях. Ранее мы получили этот эффект в работе [3], где рассматривается влияние квантового эффекта дифракции на транспортные свойства при $\beta < 1$. Здесь мы продолжим наши расчеты в пределе сильной связи. Напротив, при $\beta > 5$ сечение рассеяния возрастает с увеличением параметра d. Такое поведение можно объяснить тем, что при сильной связи происходит рассеяние на большом расстоянии от юкавовского типа хвоста эффективного потенциала (5) [29, 30]. Квантовый эффект нелокальности делает экранирование на больших расстояниях слабее, по сравнению с классическим случаем (7) (см. Рис.1), в результате чего, в пределе сильной связи $\beta > 5$ сечение рассеяния растет с увеличением влияния квантового эффекта дифракции.

б.: *Влияние динамического экранирования.*

Здесь, мы учитываем как квантовый эффект дифракции, так и динамический эффект экранирования. Рассмотрим сначала рассеяние внешнего пучка электронов (ионов) на ионах (электронах) плазмы. Таким образом, два параметра Γ и β являются независимыми друг от друга. При $\beta < 1$ обнаружено, что когда значение параметра Γ становится равны единице, квантовый эффект дифракции и динамический эффект экранирования компенсируют друг друга и вместе дают почти нулевой эффект. Таким образом, эффективный потенциал (5) с перенормированным параметром экранирования дает примерно такое же сечение рассеяния (пунктирная линия на рис. 3(б)), что и потенциал Юкавы (7) (сплошная линия на рис. 3(б)). Как видно на рисунке 3, где λ_D^* является перенормированным параметром экранирования и $\Gamma = 0.8$, $d = 0.4$ для $\beta >> 1$ эффект динамического экранирования можно не учитывать.

При малых значениях Γ динамическое экранирование и квантовый эффект дифракции не могут компенсировать друг друга, как это показано на рисунке 4, где расчеты проводились для $\Gamma = 0.2$ и $\Gamma = 0.4$. Динамическое экранирование имеет тенденцию к увеличению поперечного

сечения, в то время как квантовый эффект дифракции приводит к уменьшению поперечного сечения.

в.: *Влияние динамического экранирования на рассеяние частиц плазмы.*

Рассмотрим электрон-ионное рассеяние в плазме, где $\beta < 1$, а рассеяние обусловлено тепловым движением частиц. Здесь параметр Γ зависит от β, как $\Gamma = (\beta / Z_{ion})^{2/3} 6^{-1/3}$. Как видно из рисунка 5(а) общее поведение отмечено выше, динамический эффект экранирования делает сечение больше, а квантовая дифракция делает сечение рассеяния меньше. Таким образом, квантовый эффект дифракции и динамическое экранирование имеют противоположное влияние на рассеяние при $\beta < 1$.

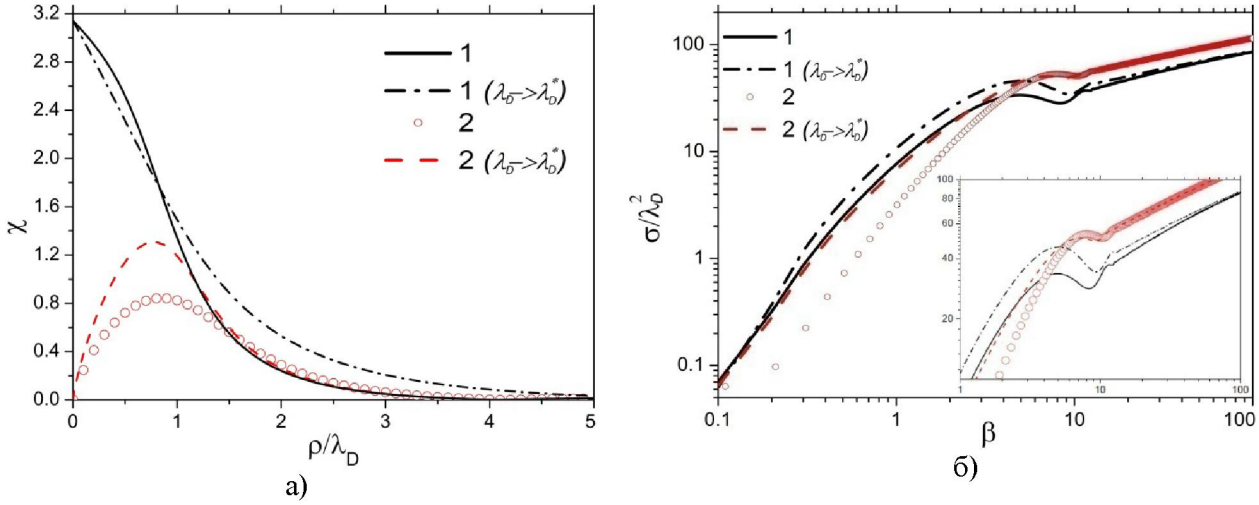

Рисунок 3 – а) углы рассеяния при $\beta = 0.8$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5).
б) сечения рассеяния при $\Gamma = 0.8$, $d = 0.4$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5).

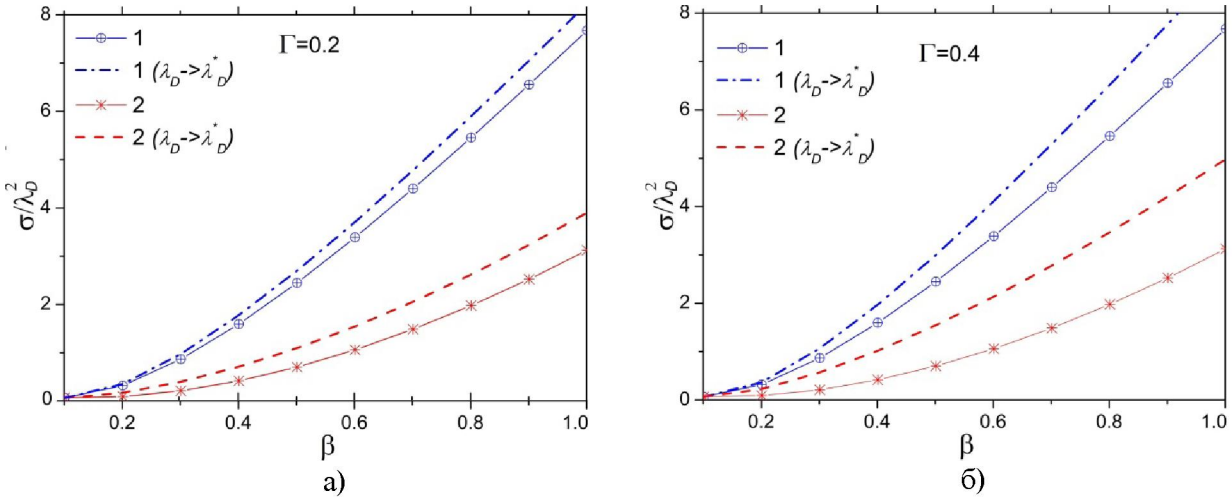

Рисунок 4 – сечения рассеяния при $d = 0.4$ и а) $\Gamma = 0.2$ б) $\Gamma = 0.4$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5)

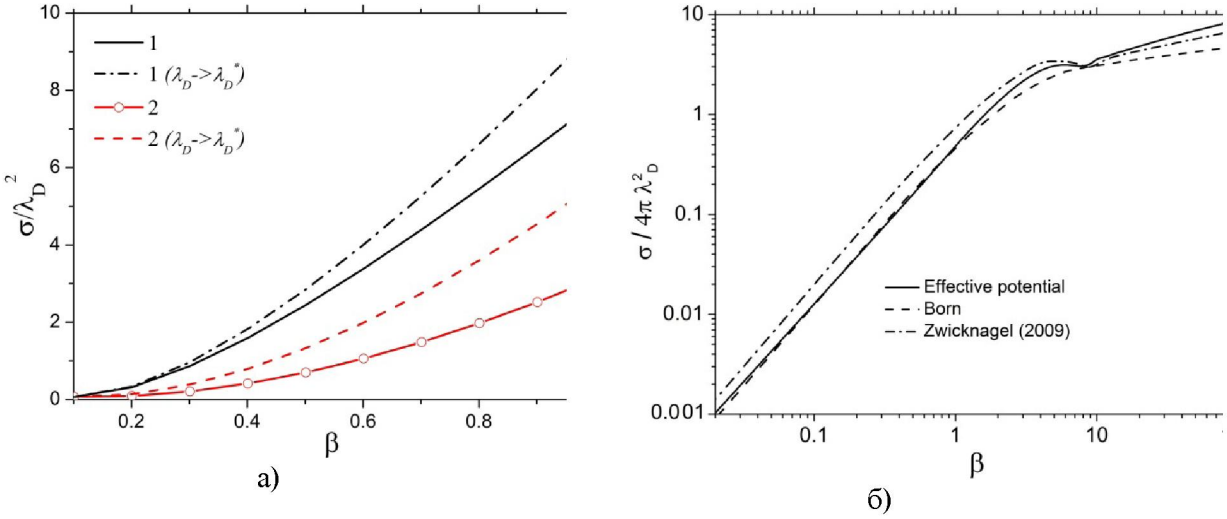

Рисунок 5 – а) Сечения рассеяния при $\Gamma = (\beta/Z_{ion})^{2/3} 6^{-1/3}$ и $d = 0.4$, полученные: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала (5).
б) Сечения рассеяния на основе эффективного потенциала (5) (сплошная линия), в приближении Борна первого порядка (пунктирная линия) [27] и результат Звикнагеля [27] (штрихпунктирная линия), полученные в рамках классического рассеяния частиц на основе потенциала Юкавы при $\Gamma = 0.1$, $d = 0.2$. В обозначениях Звикнагеля [27] сечение рассчитывается для параметра $k = Ze^2\mu_{ei}\lambda_D/\hbar^2 = 1$, где μ_{ei} приведенная масса.

Рисунок 5(б) показывает сравнение сечения рассеяния, полученные на основе эффективного потенциала (5) (без перенормировки длины экранирования) с сечением рассеяния, рассчитанным в первом приближении Борна и с данными Звикнагеля [27], полученные в приближении классического рассеяния частиц, взаимодействующих через потенциал Юкавы. Как видно из рисунка 5(б), эффективный потенциал (5) дает хорошее согласие с борновским приближением при низких значениях параметра связи β. Это указывает на то, что квантовый эффект дифракции правильно описывается эффективным потенциалом (5).

Эти особенности сечения рассеяния позволяют понять зависимость кулоновского логарифма и тормозной способности в квазиклассической плазме при параметрах β и d, и как кулоновский логарифм и тормозная способность связаны с сечением рассеяния $E_C \sim \Lambda_{ei} \sim \int \sin^2(\chi/2)\sigma' d\Omega$ (здесь Ω угол рассеяния, σ' дифференциальное сечение рассеяния).

Кулоновский логарифм и тормозная способность. Одним из наиболее важных параметров, используемых, для описания взаимодействия ионов с веществом является энергия налетающих частиц. Тормозная способность – параметр, характеризующий скорость потери средней энергии быстродвижущихся электронов или ионов плазмы. Следовательно, тормозная способность в приближении парного столкновения [31-32]:

$$\frac{dE}{dx} = 8\pi n\left(\frac{\mu_{ei}}{m_i}\right)\cdot E_C \cdot b_\perp^2 \cdot \Lambda_{ei}\ , \tag{16}$$

здесь $E_C = \frac{1}{2}\mu_{ei}\upsilon^2$ - энергия центра масс сталкивающихся частиц, υ - относительная скорость рассеянной пробной частицы, $b_\perp = Z_{ion}e^2/(2E_C)$, Λ_{ei} - кулоновский логарифм (33-34).

Кулоновский логарифм на основе эффективного потенциала взаимодействия частиц определяется с помощью угла рассеяния при парном кулоновском столкновении. Вводя центр масс в процесс столкновения, кулоновский логарифм записывается в виде [33, 34]:

$$\Lambda_{ei} = \frac{1}{b_{\perp}^{2}} \int_{0}^{\infty} \sin^{2}\left(\frac{\chi(\rho)}{2}\right) \rho d\rho, \tag{17}$$

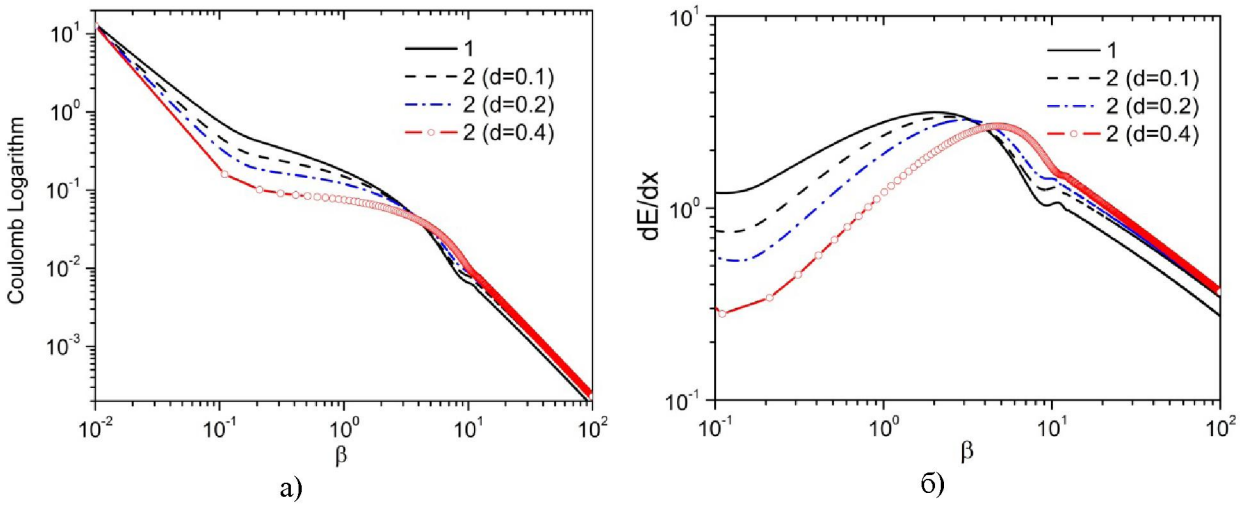

Рисунок 6 – а) Кулоновский логарифм, полученный: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5).
б) Тормозная способность при $\Gamma = 0.8$, полученная: 1 - на основе потенциала Юкавы; 2 - на основе эффективного потенциала взаимодействия (5).

Тормозная способность дается в единицах $k_B T$.

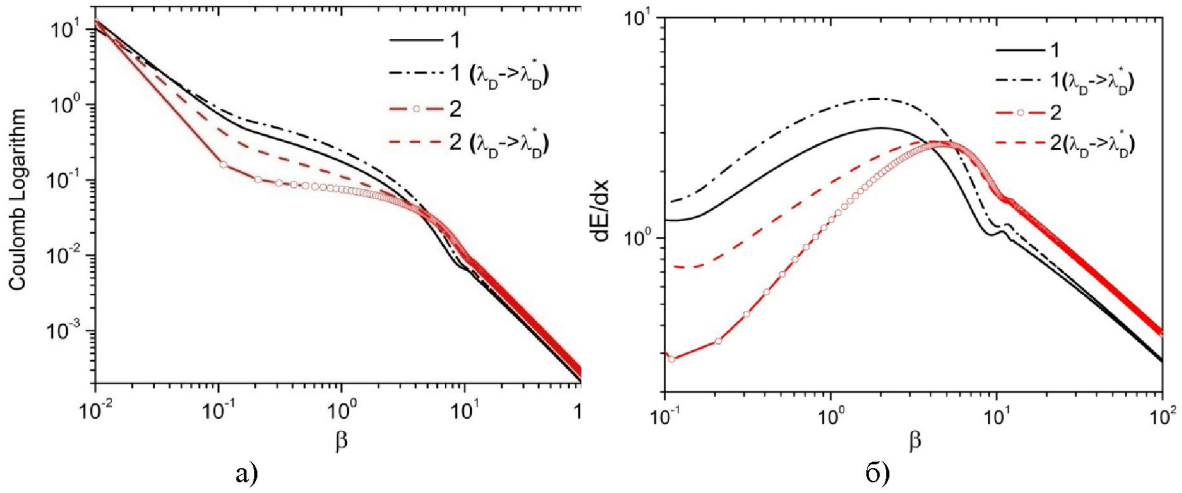

Рисунок 7 – а) Кулоновский логарифм, полученный на основе потенциала Юкавы (линия 1) и на основе потенциала взаимодействия (5) (линия 2).
б) Тормозная способность, полученные на основе потенциала Юкавы (линия 1) и на основе потенциала взаимодействия (5) (линия 2)

Здесь λ_D^* является перенормированным параметром экранирования, $\Gamma = 0.8$, $d = 0.4$.
Тормозная способность дается в единицах $k_B T$.